

令和6年度

千葉大学先進科学プログラム入学者選考課題

課題論述

数学

(9:00-10:30)

注意事項

1. この冊子は、監督者から解答を始めるよう合図があるまで開いてはいけません。
2. 問題冊子に印刷または製本の不具合がある場合は、手を上げて申し出て下さい。
3. 問題すべてに解答してください。
4. 解答用紙は何枚使用しても構いません。全ての解答用紙に受験番号を必ず記入して下さい。
5. 教科書、ノートなどは一切参照してはいけません。
6. 携帯電話やスマートフォン等の電子機器はすべて電源を切り、カバンにしまってください。
7. その他、監督者の指示に従ってください。

数学

問1 以下の方程式を x について解きなさい。

(1) $x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = 0$

(2) $\sin 2x - \cos x = 0 \quad (0 \leq x < \pi)$

(3) $\log_2(x-4) + \log_2(x-6) = 3 \quad (x > 6)$

問2 以下の式で定義される t の関数 $f(t)$ を考える。ただし a は正の定数である。

$$f(t) = \int_0^a |x(x-t)| dx$$

t が $0 \leq t \leq a$ の範囲をうごくとき、 $f(t)$ の最大値、最小値と、そのときの t の値をそれぞれ求めなさい。

問3 点 A の座標を $(0, -1, 0)$ 、点 B の座標を $(2, -5, 6)$ とし、2点 A, B を通る直線を l とする。また、原点 O から直線 l に下ろした垂線を OH とする。点 H の座標を求めなさい。

問4 次の漸化式で表される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい。

$$\begin{cases} a_1 = 1, & a_2 = 3 \\ a_{n+2} - 3a_{n+1} + 2a_n = 0 & (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

問5 複素数 $\left(\frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^5$ の実部、虚部、および偏角 θ を求めなさい。

ただし、 $-\pi < \theta \leq \pi$ とする。

問6 n 個のサイコロを振ったときに出る目の数の積を X とする。

(1) $X = 1$ となる確率を求めなさい。

(2) $X = 6$ となる確率を求めなさい。

(3) $X = 8$ となる確率を求めなさい。

問7 次の等式を満たす $x > 0$ で定義された関数 $f(x)$ と定数 a の値を求めなさい。ただし $a > 0$ とする。

$$\int_a^x f(t) dt = x + \frac{1}{2} \log x - 1 \quad (x > 0)$$

