令和６年度

千葉大学先進科学プログラム入学者選考課題

課題論述　物理　課題I, II

解答例

解答例：課題 I

出題の意図

力学の基本概念である力の釣り合い，エネルギー保存，放物運動を正しく取り扱えるかを確認します。複雑な方程式や不等式を最後まで解き切る数理能力，知的体力も確認し，また極限の操作や近似を正しく取り扱えるかも問います。分量も多いため，実力があっても時間内での完答は困難かもしれませんが，一方で時間にこだわらずじっくり解くことで物理の面白さが感じ取れるような問題となっていることを期待しています。

問 1 エネルギーの保存を考えると

$$mgr = mgr\cos\phi + \frac{1}{2}mv^2 \tag{1}$$

なので

$$v = \sqrt{2gr(1-\cos\phi)} \tag{2}$$

となる。

問 2 回転座標系における力の釣り合いを考えると，垂直抗力を N として

$$mg\cos\phi = N + m\frac{v^2}{r} \tag{3}$$

が得られる。小球が半円上を離れる $\phi = \phi_1$ で $N = 0$ となるので，式 (2) と (3) から

$$mg\cos\phi_1 = m\frac{2gr(1-\cos\phi_1)}{r} \tag{4}$$

となり，これを整理すると

$$\cos\phi_1 = \frac{2}{3} \tag{5}$$

となる。

問 3 円周の式 $(x-x_{\rm c})^2 + (y-y_{\rm c})^2 = R^2$ を x で微分して得られる式

$$2(x-x_{\rm c}) + 2(y-y_{\rm c})y' = 0 \tag{6}$$

から

$$y'(x_{\rm P}) = -\frac{x_{\rm P}-x_{\rm c}}{y_{\rm P}-y_{\rm c}} \tag{7}$$

が得られる。また，式 (6) をさらに x で微分して

$$2 + 2\left(y'\right)^2 + 2(y-y_{\rm c})y'' = 0 \tag{8}$$

より，式 (7) と組み合わせて

$$y''(x_{\mathrm{P}}) = -\frac{1}{y_{\mathrm{P}} - y_{\mathrm{c}}} - \frac{(x_{\mathrm{P}} - x_{\mathrm{c}})^2}{(y_{\mathrm{P}} - y_{\mathrm{c}})^3} \tag{9}$$

が得られる。

問 4 問題文で与えられた $x_{\mathrm{P}} - x_{\mathrm{c}} = R\cos\theta$，$y_{\mathrm{P}} - y_{\mathrm{c}} = R\sin\theta$ を式 (7) に代入して

$$f'(x_{\mathrm{P}}) = y'(x_{\mathrm{P}}) = -\frac{1}{\tan\theta} \tag{10}$$

となる。また，式 (9) からも同様に

$$f''(x_{\mathrm{P}}) = y''(x_{\mathrm{P}}) = -\frac{1}{R\sin\theta} - \frac{\cos^2\theta}{R\sin^3\theta} = -\frac{1}{R\sin^3\theta} \tag{11}$$

が得られる。

問 5 問 2 と同様に回転座標系での力の釣り合いを考える。$0 < \theta < \pi$ のとき，

$$mg\sin\theta = N + m\frac{v^2}{R} \tag{12}$$

であり，小球が曲線上を離れない条件は $N > 0$，すなわち

$$g\sin\theta - \frac{v^2}{R} > 0 \tag{13}$$

となる。ここで問 4 の結果を用いると

$$\frac{1}{R} = -f''\sin^3\theta = -\frac{f''}{1 + (f')^2}\sin\theta \tag{14}$$

となるので，式 (13) に代入して

$$\left\{1 + (f')^2\right\} g + f''v^2 > 0 \tag{15}$$

と問題文の条件式が得られる。また $\pi < \theta < 2\pi$ の時は, 力の釣り合いの式は $\sin\theta < 0$ であることに注意すると

$$N + mg\sin\theta = m\frac{v^2}{R} \tag{16}$$

と書け，これに式 (14) を代入すると同じ条件式 (15) が得られる。

問 6 エネルギーの保存を考えると

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 - mgb\sin\frac{x}{a} \tag{17}$$

なので

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gb\sin\frac{x}{a}} \tag{18}$$

となる。

問 7 点 P に到達する必要条件として，点 P の位置エネルギーより大きな運動エネルギーを初期条件として与える必要があることから

$$\frac{1}{2}mv_0^2 > mgb \tag{19}$$

したがって

$$v_0 > v_{0,\mathrm{min}} = \sqrt{2gb} \tag{20}$$

となる。厳密には $v_0 = v_{0,\mathrm{min}}$ の時に小球が曲線上を離れないことを示す必要があるが，これは問 8 の解答から確認できるので，ここでは不問とする。

問 8 問題文で与えられた条件である式 (15) と問 6 の解答から，小球が曲線上を離れないためには

$$\left(1 + \frac{b^2}{a^2}\cos^2\frac{x}{a}\right)g + \frac{b}{a^2}\left(v_0^2 + 2gb\sin\frac{x}{a}\right)\sin\frac{x}{a} > 0 \tag{21}$$

を常に満たす必要がある。この式を

$$u = \sin\frac{x}{a} \tag{22}$$

を使って書き換えると

$$u^2 + \frac{v_0^2}{gb}u + 1 + \frac{a^2}{b^2} > 0 \tag{23}$$

さらに変形すると

$$F(u) = \left(u + \frac{v_0^2}{2gb}\right)^2 + 1 + \frac{a^2}{b^2} - \frac{v_0^4}{4g^2b^2} > 0 \tag{24}$$

問 7 の条件より左辺の放物線の頂点は常に $u < -1$ となりかつ下に凸の放物線なので，u が $-1 \leqq u \leqq 1$ の値しか取らないことに注意すると，曲線上を一度も離れることなく点 P に到達するためには $v_0 > v_{0,\mathrm{min}}$ かつ

$$F(-1) > 0 \tag{25}$$

であればよいことがわかる。具体的に計算すると

$$v_0 < v_{0,\mathrm{max}} = \sqrt{2gb\left(1 + \frac{a^2}{2b^2}\right)} \tag{26}$$

となる。

問 9 $x = x_1$ で式 (24) で定義される $F(u)$ について $F(u) = 0$ が成り立つので，そのときの u を u_1 とおくと $F(u_1) = 0$ となる。この二次方程式の解は二つ存在するが，問 8 の解答における考察にもとづくと二つの解のうち大きい方の解が求めるべき解であることがわかるので

$$u_1 = \sin\frac{x_1}{a} = -\frac{v_0^2}{2gb} + \sqrt{\frac{v_0^4}{4g^2b^2} - 1 - \frac{a^2}{b^2}} \tag{27}$$

となる。従って

$$y_1 = -b\sin\frac{x_1}{a} = \frac{v_0^2}{2g} - \sqrt{\frac{v_0^4}{4g^2} - a^2 - b^2} \tag{28}$$

となる。

問 10 $x = x_1$ での曲線の第 1 次微分係数を f_1' とおくと

$$\tan\alpha = f_1' = -\frac{b}{a}\cos\frac{x_1}{a} \tag{29}$$

式 (27) の結果を代入し，また $\tan\alpha > 0$ より

$$\begin{aligned}\tan\alpha &= \frac{b}{a}\sqrt{1 - \left(-\frac{v_0^2}{2gb} + \sqrt{\frac{v_0^4}{4g^2b^2} - 1 - \frac{a^2}{b^2}}\right)^2} \\ &= \frac{b}{a}\sqrt{2 + \frac{a^2}{b^2} - \frac{v_0^4}{2g^2b^2} + \frac{v_0^2}{gb}\sqrt{\frac{v_0^4}{4g^2b^2} - 1 - \frac{a^2}{b^2}}}\end{aligned} \tag{30}$$

となる。

問 11 エネルギーの保存を考えると，(x_1, y_1) での小球の速さを v_1 として

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \frac{1}{2}m\left(v_1\cos\alpha\right)^2 + mgH \tag{31}$$

が成り立つ。ここから

$$v_1^2 = v_0^2 - 2gy_1 \tag{32}$$

となり，これを用いて

$$H = \frac{v_1^2}{2g}\sin^2\alpha + y_1 = \frac{v_0^2}{2g}\sin^2\alpha + y_1\cos^2\alpha \tag{33}$$

となる。式 (28) を代入し，また $\cos^2\alpha = \dfrac{1}{1+\tan^2\alpha}$ なので

$$H = \frac{v_0^2}{2g} - \sqrt{\frac{v_0^4}{4g^2} - a^2 - b^2}\frac{1}{1+\tan^2\alpha} \tag{34}$$

となる。問 10 の解答と組み合わせれば，H を v_0，g，a，b のみで表すこともできる。

問 12 $v_0 \gg \sqrt{ga}$，$v_0 \gg \sqrt{gb}$ のとき

$$\sqrt{\frac{v_0^4}{4g^2b^2} - 1 - \frac{a^2}{b^2}} = \frac{v_0^2}{2gb}\left\{1 - \left(1+\frac{a^2}{b^2}\right)\left(\frac{v_0^2}{2gb}\right)^{-2}\right\}^{1/2} \fallingdotseq \frac{v_0^2}{2gb} - \frac{1}{2}\left(1+\frac{a^2}{b^2}\right)\left(\frac{v_0^2}{2gb}\right)^{-1} \tag{35}$$

なので，v_0 が十分大きいとき，式 (30) から

$$\tan\alpha \fallingdotseq \frac{b}{a} \tag{36}$$

となる。

問 13 問 12 で考えた v_0 が十分大きい状況では，$v_1 \fallingdotseq v_0$，$x_1 \fallingdotseq \pi a$，$y_1 \fallingdotseq 0$ となっているので，放物線の軌跡は，小球が曲線上を離れた瞬間の時刻を $t=0$ として

$$x(t) = \pi a + (v_0\cos\alpha)t \tag{37}$$

$$y(t) = (v_0\sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2 \tag{38}$$

となる。ここから放物線の頂点を過ぎて $y=0$ に到達する時刻 $t=t_{\mathrm{L}}$ が

$$t_{\mathrm{L}} = \frac{2v_0\sin\alpha}{g} \tag{39}$$

と求まり，L を

$$L = x(t_{\mathrm{L}}) - 2\pi a = \frac{2v_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g} - \pi a \tag{40}$$

と計算できる。問 12 の解答より $\tan\alpha \fallingdotseq \dfrac{b}{a}$ なので

$$\sin\alpha \fallingdotseq \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \tag{41}$$

$$\cos\alpha \fallingdotseq \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \tag{42}$$

を代入すると，L は

$$L \fallingdotseq \frac{2v_0^2}{g}\frac{ab}{a^2+b^2} - \pi a \tag{43}$$

となる。これを a を固定した b の関数とみると

$$\frac{dL}{db} \fallingdotseq \frac{2v_0^2}{g}\frac{a(a^2-b^2)}{(a^2+b^2)^2} \tag{44}$$

となることから L は $b<a$ で b の増加関数で $b>a$ で b の減少関数となっている。したがって，L を最大にするには $b=a$ とすればよい。

問 14 エネルギーの保存より，点 $(x,\,f(x))$ における小球の速さ v は

$$v^2 = v_0^2 + gd\left(1-\cos\frac{x}{s}\right) \tag{45}$$

をみたす。これを問題文に与えられた，小球が曲線上を離れない条件である式 (15) に代入すると

$$\left(1+\frac{d^2}{4s^2}\sin^2\frac{x}{s}\right)g - \frac{dv^2}{2s^2}\cos\frac{x}{s} > 0 \tag{46}$$

となり

$$u = \cos\frac{x}{s} \tag{47}$$

を用いて整理すると

$$I(u) = \frac{d^2}{4s^2}u^2 - \frac{d}{2s^2}\left(\frac{v_0^2}{g}+d\right)u + 1 + \frac{d^2}{4s^2} > 0 \tag{48}$$

となる。左辺の放物線は頂点が $u=\dfrac{v_0^2}{gd}+1>1$ かつ下に凸の放物線なので，u が $-1 \leqq u \leqq 1$ の値しか取らないことに注意すると，曲線上を一度も離れることなく点 Q に到達するためには

$$I(1) > 0 \tag{49}$$

であれば良いことがわかる。具体的に計算すると

$$0 < v_0 < \sqrt{\frac{2g}{d}}s \tag{50}$$

であればよいことがわかる。

問 15 点 T における接円の偏角は明らかに $\theta = \dfrac{3\pi}{2}$ であり

$$f''(\pi s) = \frac{d}{2s^2} \tag{51}$$

かつ式 (11) より接円の半径は

$$R = \frac{2s^2}{d} \tag{52}$$

となることがわかる。一方，点 T における近似的な円運動の力の釣り合いより，求

める垂直抗力は点 T における小球の速さ v を用いて

$$N = mg + m\frac{v^2}{R} \tag{53}$$

と書ける。エネルギー保存則より速さ v は

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 - mgd \tag{54}$$

を満たすので，式 (52)，(53)，(54) から，垂直抗力を

$$N = \left(1 + \frac{d^2}{s^2}\right)mg + \frac{d}{2s^2}mv_0^2 = m\left[g + \left(\frac{d}{s}\right)^2\left(g + \frac{v_0^2}{2d}\right)\right] \tag{55}$$

と求めることができる。

問 16 式 (50) を d に対する条件式に書き直すと

$$d < \frac{2gs^2}{v_0^2} \tag{56}$$

となる。$v_0 = 36$ km/h $= 10$ m/s，$s = 1.0$ m，$g = 9.8$ m/s^2 を代入して

$$d < \frac{2gs^2}{v_0^2} \fallingdotseq 0.20 \text{ m} \tag{57}$$

がくぼみの深さ d に対する条件となる。垂直抗力 N が最大となるのは d が最大となるときで，このとき垂直抗力と重力との比の概数値は

$$\frac{N}{mg} \fallingdotseq 2 + \frac{d^2}{s^2} \fallingdotseq 2.0 \tag{58}$$

となる。つまりくぼみの底でおよそ自分の体重分の力で地面に押しつけられる力がスキーヤーに瞬間的にかかる。ジェットコースターなどの場合は s に比べて d がもっと大きいのでより大きな力がかかる。

解答例：課題 II

出題の意図

電場や磁場が荷電粒子による力，電気力線の保存 (ガウスの法則)，電場と電位の関係など電磁気学の基礎についての理解度を試す問題であるとともに，単振動や，極座標や微少量の取り扱いに関する数学の理解および計算力を試す総合問題となっている。

問 1 電位差は V_0 で距離が a なので，電場の強さは $E = V_0/a$ である。また出射面の方が電位が高いので，電場は出射面から接地面を向いている。コンデンサーの電気容量が $C = \varepsilon_0 S/a$ であることを使うと $Q = CV_0 = \varepsilon_0 SV_0/a = \varepsilon_0 ES$ と求まる。

問 2 出射面から接地面までは等加速度運動し，接地面での速度は

$$v = \sqrt{\frac{2qV_0}{m}} \tag{1}$$

となる。また接地面に到達するまでの時間は $2a/v$ である。接地面から検出面までは等速直線運動をするので

$$\Delta t = \frac{2a+b}{v} = (2a+b)\sqrt{\frac{m}{2qV_0}} \tag{2}$$

と求まる。これを m について解くと，

$$m = 2qV_0\left(\frac{\Delta t}{2a+b}\right)^2 \tag{3}$$

が得られる。電圧 V_0 や装置の大きさ $(a,\ b)$ は測定できるので，Δt を測定できれば質量 m が求まる。このように粒子の飛行時間から求める方法は飛行時間法 (Time of Flight, 略称 TOF 法) と名付けられている。

問 3 磁場によるローレンツの力は $F = qvB$ で反時計回りに回転するよう働く。これと半径 R の円運動の遠心力 mv^2/R が釣り合うのは

$$qvB = \frac{mv^2}{R} \tag{4}$$

ときである。これを整理すると

$$R = \frac{mv}{qB} \tag{5}$$

が得られる。

問 4 問 1 で求めた速度と電圧の関係を代入すると，

$$R = \sqrt{\frac{2mV_0}{qB^2}} \tag{6}$$

これを m について解くと，

$$m = \frac{qB^2R^2}{2V_0} \tag{7}$$

が得られるので，V_0, q, B, R の値を測定できれば質量が求まることが確認できる。

問 5 速度の大きさは変化しないので，軌道はやはり半径 R の円弧となる。その中心 C と点 P は距離が R で点 P での速度ベクトルと垂直な位置となる。この条件より中心 C の座標は $(x, y) = [R(1-\cos\theta), R\sin\theta]$ と求まる。従って軌道を表す円の方程式は

$$(x - R(1-\cos\theta))^2 + (y - R\sin\theta)^2 = R^2 \tag{8}$$

となる。式 (8) に $x = 0$ と $\cos\theta = 1$ を代入すると

$$(y - R\sin\theta)^2 = R^2 \tag{9}$$

となるので，

$$y - R\sin\theta = \pm R \tag{10}$$

が得られる。 式 (10) の右辺の符号が負の場合は $y < 0$ となるので求める交点ではない。式 (10) の右辺の符号が正の場合は

$$y = R + R\sin\theta \fallingdotseq R + R\theta \tag{11}$$

となるので，$\Delta r = R\theta$，つまり $f(R) = R$ である。

問 6 質量が $m + \Delta m$ なので，半径が

$$R' = \sqrt{\frac{2(m+\Delta m)V_0}{qB^2}} = R\sqrt{\frac{m+\Delta m}{m}} \tag{12}$$

で中心が $(x, y) = (R - R', 0)$ の円の一部が軌跡となる。ここで $|\Delta m| \ll m$ であることに注意すると

$$\frac{R'}{R} = \left(\frac{m+\Delta m}{m}\right)^{1/2} = \left(1 + \frac{\Delta m}{m}\right)^{1/2} \fallingdotseq 1 + \frac{\Delta m}{2m} \tag{13}$$

が得られる。円の方程式は

$$(x + R' - R)^2 + y^2 \ \fallingdotseq \ (R')^2 \tag{14}$$

と表され，y 軸との交点で $y > 0$ の座標は

$$y \ = \ \sqrt{(R')^2 - (R' - R)^2} \ \fallingdotseq \ R' \ \fallingdotseq \ R\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\Delta m}{m}\right) \tag{15}$$

となる。$\Delta r = \dfrac{\Delta m R}{2m}$ なので $h(R) = \dfrac{R}{2}$ である。

問 7 半径 R で円運動する荷電粒子の遠心力と，電場による力が釣り合うという条件より

$$qE_0 \ = \ \frac{mv^2}{R} \tag{16}$$

が得られるので

$$E_0 \ = \ \frac{mv^2}{qR} \tag{17}$$

である。ただし電場は z 軸を向くように加わっているので，電場ベクトルの r 成分は $-E_0$ である。

問 8 電気力線は $z =$ 一定で，z 軸へと向かう直線の一部となるため，隣り合う電気力線との間隔は r に比例する。電場は電気力線の間隔に逆比例するので，電場は $E(r) \propto r^{-1}$ となる。半径 $r = R$ での電場が $-E_0$ であることを考えると，$a < r < b$ の範囲で

$$E(r) \ = \ -\frac{E_0 R}{r} \tag{18}$$

が得られる。また電位は

$$V(r) \ = \ -\int_a^r E(r')dr' \ = \ E_0 R \log\left(\frac{r}{a}\right) \tag{19}$$

と表される。従って円弧 $(r = b)$ の内径での電位は

$$V(b) \ = \ E_0 R \log\left(\frac{b}{a}\right) \tag{20}$$

と求められる。

問 9 図 1 の装置により加速された荷電粒子は $mv^2/2 = qV_0$ の運動エネルギーを持つので，$E_0 = 2V_0/R$ が得られる。これを式 (20) に代入すると，$V(b) = 2V_0 \log(b/a)$ が得られる。この関係式には荷電粒子の質量 m や電荷 q が含まれない。従って電荷が $q > 0$ であれば，質量によらず出射位置が等しくなる。

問 10 図 6 に補助線を加え図 7 のようにすると，面積を求める三角形は長方形から 3 つの三角形を差し引いたものであることがわかる。

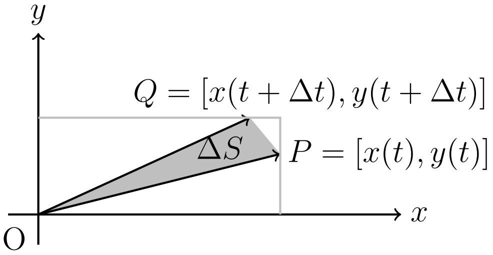

図 7

図 7 を使うと

$$
\begin{aligned}
\Delta S &= x(t)y(t+\Delta t) - \frac{x(t)y(t)}{2} - \frac{x(t+\Delta t)y(t+\Delta t)}{2} \\
&\quad - \frac{(x(t) - x(t+\Delta t))(y(t+\Delta t) - y(t))}{2} \qquad (21) \\
&= \frac{x(t)[y(t+\Delta t) - y(t)]}{2} - \frac{y(t)[x(t+\Delta t) - x(t)]}{2} \qquad (22) \\
&\fallingdotseq \frac{x(t)v_y(t) - y(t)v_x(t)}{2}\Delta t \qquad (23)
\end{aligned}
$$

従って面積速度は

$$
\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{xv_y - yv_x}{2} \qquad (24)
$$

となる。途中で Δt が小さいときに成り立つ近似式を用いたが，得られた面積速度は $\Delta t \to 0$ の極限で定義されるので，近似による誤差は含まれない。

面積は正に限るのが普通であるが，面積速度は反時計回りのときが正，時計回りの時が負と定義されている。

問 11 面積速度の時間変化を計算すると

$$
\begin{aligned}
j &= xv_y - yv_x \qquad (25) \\
\frac{dj}{dt} &= \frac{dx}{dt}v_y + x\frac{dv_y}{dt} - \frac{dy}{dt}v_x - y\frac{dv_x}{dt} \qquad (26)
\end{aligned}
$$

が得られる。ここで $\dfrac{dx}{dt} = v_x$，$\dfrac{dy}{dt} = v_y$ である。また速度の時間変化は加速度 $(a_x, a_y) = \left(\dfrac{dv_x}{dt}, \dfrac{dv_y}{dt}\right)$ と等しいことと，運動方程式

$$
\begin{aligned}
ma_x &= \frac{qE(r)x}{r} \qquad (27) \\
ma_y &= \frac{qE(r)y}{r} \qquad (28)
\end{aligned}
$$

を用いると，$\dfrac{dj}{dt} = 0$ が得られる。

問 12 半径 r での電場による力は

$$F \;=\; -\frac{qE_0 R}{R+\Delta r} \;=\; -qE_0\left(1+\frac{\Delta r}{R}\right)^{-1} \;\fallingdotseq\; -qE_0\left(1-\frac{\Delta r}{R}\right) \tag{29}$$

である。同様に遠心力は

$$F' \;=\; \frac{mj^2}{(R+\Delta r)^3} \;=\; \frac{mj^2}{R^3}\left(1+\frac{\Delta r}{R}\right)^{-3} \;\fallingdotseq\; \frac{mj^2}{R^3}\left(1-3\frac{\Delta r}{R}\right) \tag{30}$$

と求めることができる。半径 $r = R$ では電場による力と遠心力が釣り合っているので，$qE_0 = mj^2/R^3$ であることを使うと

$$F + F' \;\fallingdotseq\; -\frac{2qE_0}{R}\Delta r \;=\; -\frac{2mj^2}{R^4}\Delta r \tag{31}$$

が得られる。特に指示がないので,

$$\kappa \;=\; \frac{2qE_0}{R} \;=\; \frac{2mj^2}{R^4} \tag{32}$$

のいずれも正解である。ただし問 13 では j を用いた表式の方が便利である。

問 13 問 12 で求めた力は，バネ定数 κ のバネにつながれた粒子に働く力と同等である。従って角振動数

$$\omega \;=\; \sqrt{\frac{\kappa}{m}} \;=\; \sqrt{2}\frac{j}{R^2} \;=\; \sqrt{2}\frac{v}{R} \tag{33}$$

と求められる。この式の最右辺に現れる $v = j/R$ は，半径 $r = R$ での回転速度である。半径 $r = R$ から少し斜め方向に入射した荷電粒子がはじめて半径 $r = R$ に戻るのは，半周期

$$\frac{T}{2} \;=\; \frac{\pi}{\omega} \tag{34}$$

経過したときである。このとき θ 方向には

$$\varphi \;=\; \frac{v}{R}\frac{T}{2} \;=\; \frac{\pi}{\sqrt{2}} \tag{35}$$

だけ進む。数値を代入すると，$\varphi \fallingdotseq 127.28^\circ$ が得られる。厳密に考えると回転の速度は r の変化とともに微妙に変化するが，$|\Delta r| \ll R$ なのでこの計算には含めなくて良い。

入射方向が微妙に違っても出射位置が同じということは，荷電粒子を特定の場所に

集められるということである。集めた方が検出や測定に都合が良いので，このような装置が物理や化学の実験で使われている。