

## 箔検電器の角度、その1

箔検電器の箔が開く角度と電圧、即ち角度と電荷の関係を調べてみるとほぼ直線関係になっているとの報告が有ります（[愛知工業大学研究報告](#)）。

箔の開きはモーメントに関係し、電荷同士で斥力が働く、また箔には一様に電荷はなさないようなので、何かの曲線になるのではと想像しますが、片方の開き角が50度以下では、実に見事に比例して一次の直線になるとの事です。

そこで、高校生でも理解できる簡単なモデルを考えてみました。

「どんな物理現象でもザックリと全体像を物理法則から理解する」のは面白いですね。

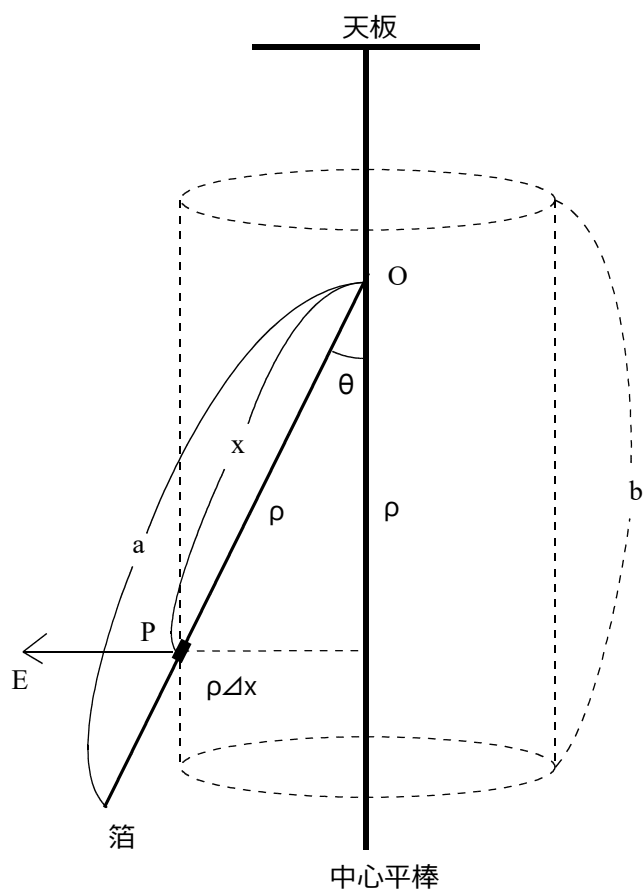


図1

半開きの箔検電器（図1）を考えます。

箔検電器には一様に電荷密度 $\rho$ が分布していて、箔の開く角度 $\theta$ によって電荷分布や全体の静電容量などが変わらないものとします。

重力加速度を $g$ 、箔の質量を $m$ 、箔の長さを $a$ 、箔の接合点を $O$ 、 $O$ から $x$ だけ離れた点を $P$ として、中心平棒が作る $P$ の位置での電場 $E$ を求めます。

図1のように高さ $b$ の円柱を考え、ガウスの法則より

$$\epsilon E \cdot 2\pi x \cdot \sin\theta \cdot b = \rho b \quad \text{ガウスの法則より、}\epsilon\text{は誘電率}$$

$$E = \frac{\rho}{2\pi x \cdot \sin\theta \cdot \epsilon} \quad \text{Pの位置での電場}$$

$$F = \frac{\rho \cdot \rho \Delta x}{2\pi x \cdot \sin\theta \cdot \epsilon} \quad \rho \Delta x \text{の電荷が受ける力}$$

$$\Delta N = \frac{\rho \cdot \rho \Delta x \cdot x \cdot \cos\theta}{2\pi x \cdot \sin\theta \cdot \epsilon} \quad \text{力FのOの回りのモーメント}$$

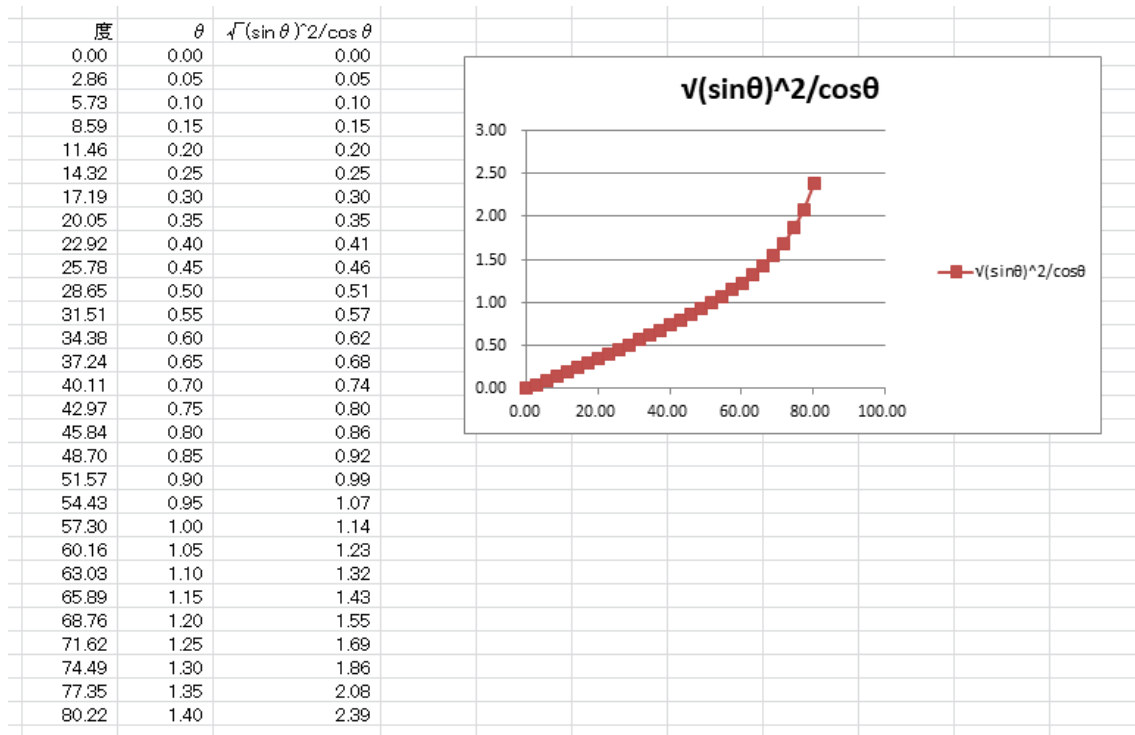
$$N = \int_0^a \frac{\rho \cdot \rho dx \cdot x \cdot \cos\theta}{2\pi x \cdot \sin\theta \cdot \epsilon} = \frac{\rho \cdot \rho \cdot \cos\theta \cdot a}{2\pi \cdot \sin\theta \cdot \epsilon} \quad \text{箔全体にわたって積分}$$

$$\frac{\rho \cdot \rho \cdot \cos\theta \cdot a}{2\pi \cdot \sin\theta \cdot \epsilon} = mg \cdot \frac{a}{2} \cdot \sin\theta \quad \text{Oの回りの全モーメント} = 0 \text{ より}$$

$$\rho^2 \propto \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta} \doteq \theta^2 \quad \cos\theta \doteq 1 \quad \sin\theta \doteq \theta \text{ より}$$

$$\therefore \rho \propto \theta$$

$\theta$  と  $\sqrt{(\sin \theta)^2 / \cos \theta}$  の関係をエクセルで計算してみたところ 50 度以下ではほぼ比例関係になっていることが分かりました。



エクセル VBA によるシミュレーション

<http://www.cfs.chiba-u.jp/koudai-renkei/information/files/hakukendenkikakudo.xlsx>