

令和8年度

千葉大学先進科学プログラム入学者選抜課題

課題（数学）

(9:00～10:30)

注意事項

1. この冊子は、監督者から解答を始めるよう合図があるまで開いてはいけません。
2. 問題冊子に印刷または製本の不具合がある場合は、手を上げて申し出てください。
3. 問題すべてに解答してください。
4. 解答用紙は何枚使用しても構いません。すべての解答用紙に受験番号を必ず記入してください。
5. 教科書、ノートなどは一切参照してはいけません。
6. 携帯電話やスマートフォン等の電子機器はすべて電源を切り、カバンにしまってください。
7. その他、監督者の指示に従ってください。

数学

問1 以下の x についての方程式を解きなさい。

(1) $x^3 - 2x^2 - 7x - 4 = 0$

(2) $\sin 2x + \sqrt{3} \cos x = 0 \quad (0 \leq x < 2\pi)$

(3) $\log_2(x-2) - \log_4(x+1) = 1$

問2 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$\begin{cases} a_1 = -10 \\ a_{n+1} = 1 - \frac{a_n}{2} \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい。

問3 次の不定積分や定積分を求めなさい。ただし、不定積分の積分定数を C としなさい。

(1) $\int \frac{x+1}{x^3-1} dx$

(2) $\int \frac{\log x}{\sqrt{x}} dx$

(3) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1+\cos x}$

問4 次の方程式を満たす複素数 z をすべて求めなさい。ただし、解を $z = a + ib$ (a, b は実数) のように表すこと。

$$z^4 + 8(1 + \sqrt{3}i) = 0$$

問5 $0, 1, 2, \dots, n-1$ の番号が1つずつ書いてある n 個の玉が入った袋から、玉を1個ずつ取り出す。0番の玉を取り出すまでに、取り出した玉の番号の和を S とする。ただし、 n は $n > 3$ を満たす整数とし、取り出した玉はもとに戻さないものとする。

(1) $S = 0$ となる確率を求めなさい。

(2) $S = 3$ となる確率を求めなさい。

(3) S の最大値とそのときの確率を求めなさい。

問 6 2点 A, B の座標をそれぞれ $(2, 0, 0)$, $(2, a, 0)$ とし, 原点を O とする。ただし, a は正の定数とし, 線分 OA と線分 OB のなす角は $\frac{\pi}{3}$ とする。

(1) 定数 a の値を求めなさい。

(2) 点 A から線分 OB に下ろした垂線を AH とする。線分 OB を軸として, 三角形 OAH を回転させることによってできる原点 O を頂点とする円錐の体積を求めなさい。

(3) (2) の円錐の底面の円周上の点の座標を (x_0, y_0, z_0) とする。 z_0 のとりうる値の範囲を求めなさい。また, x_0 および y_0 を z_0 を用いて表しなさい。

問 7 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = x \sin x$$

とする。原点 O を通り, $y = f(x)$ に接する接線をすべて求め, それらの接線が $y = f(x)$ と接する点もすべて求めなさい。

