

令和4年度

千葉大学先進科学プログラム入学者選考課題

課題論述

数学

(15:30-17:00)

注意事項

1. この冊子は、監督者から解答を始めるよう合図があるまで開いてはいけません。
2. 問題冊子に印刷または製本の不具合がある場合は、手を上げて申し出て下さい。
3. 問題すべてに解答してください。
4. 解答用紙は何枚使用しても構いません。全ての解答用紙に受験番号を必ず記入して下さい。
5. 教科書、ノートなどは一切参照してはいけません。
6. 携帯電話やスマートフォン等の電子機器はすべて電源を切り、カバンにしまってください。
7. その他、監督者の指示に従って下さい。

数学

問1 次の問いに答えなさい。

- (1) 不等式 $\log_{\frac{1}{3}}(x+2) > -2$ を解きなさい。
- (2) 複素数 z に対して方程式 $z^6 = -8$ を解きなさい。
- (3) $\sum_{k=1}^n (2k+1)(k-1)$ を n の式で求め、それを因数分解した形で答えなさい。
- (4) $\pi \leq x < 2\pi$ のとき、方程式 $3\sin 3x + 4\cos 2x + 1 = 0$ を解きなさい。
- (5) 2^{49} と 5^{21} のどちらが大きいかわけ答えなさい。

問2 $y = \frac{4-3x}{x^2+1}$ の極値を求め、グラフの概形を描きなさい。グラフには切片や極値を書き込むこと。但し、グラフの凹凸については問わない。

問3 1辺の長さが a の正四面体 ABCD に内接する球の中心を O とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) 四面体 OBCD の体積を求めなさい。
- (2) 内接する球の半径を求めなさい。

問4 点 $A(-2, 1, 5)$ を通り、ベクトル $\vec{n} = (1, -2, 0)$ に垂直な平面の方程式を求めなさい。

問5 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n)$ を求めなさい。

問6 平面上に n 本の直線がある。これらの直線はどの2本も平行ではなく、また、どの3本も1点では交わらない。これら n 本の直線によって平面が a_n 個に分割される。 a_n を n を用いて表しなさい。

問7 A, B, C の3人でゲームをし、勝者を決める。1回のゲームにつき勝者は1人とし、引き分けはないものとする。3人がゲームに勝つ確率はそれぞれ $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ である。先に2回ゲームに勝った者を優勝者とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) 3回目のゲームでAが優勝者となる確率を求めなさい。
- (2) Aが優勝者となる確率を求めなさい。

問8 定積分 $I = \int_0^1 (e^x + ax)^2 dx$ を最小にする定数 a の値を求め、そのときの I の最小値を求めなさい。

