

令和3年度

千葉大学先進科学プログラム入学者選考課題

課題論述

数学

(15:30-17:00)

注意事項

1. この冊子は、監督者から解答を始めるよう合図があるまで開いてはいけません。
2. 問題冊子に印刷または製本の不具合がある場合は、手を上げて申し出て下さい。
3. 問題すべてに解答してください。
4. 解答用紙は何枚使用しても構いません。全ての解答用紙に受験番号を必ず記入して下さい。
5. 教科書、ノートなどは一切参照してはいけません。
6. 携帯電話やスマートフォン等の電子機器はすべて電源を切り、カバンにしまってください。
7. その他、監督者の指示に従って下さい。

数学

問1 以下の方程式に関する問いに答えよ。

- (1) a と b が実数のとき, 3次方程式 $2x^3 + ax^2 + bx - 3 = 0$ の解の1つが複素数 $\frac{1}{2} + \frac{i}{2}$ であるとき, 残りの2つの解を求めよ。
- (2) $\log_x 2 - \log_x(x+2) = 1$ の解を求めよ。
- (3) $0 \leq x < 2\pi$ のとき, $\sqrt{3}\sin x + \cos x = 2$ の解を求めよ。

問2 ある病原菌を検出する検査方法についての確率を考える。この検査方法では, 病原菌がいる検体に対して「病原菌がいる」と正しく判定する確率が70%で, 病原菌がいない検体に対して「病原菌がいない」と正しく判定する確率は90%である。全体の20%に病原菌がいる多数の検体の中から1個取り出して検査するとき, 以下の確率を求めよ。

- (1) 「病原菌がいる」と判定される確率
- (2) 「病原菌がいる」と判定結果が出たとき, その検体に本当に病原菌がいる確率

問3 $y = x^2$ の放物線を考える。

- (1) 点 $(1, -3)$ から2本の接線を引いたとき, それぞれの接点の座標を求めよ。
- (2) 上の2つの接点を結ぶ直線とこの放物線で囲まれた領域の面積を求めよ。

問4 次の無限等比数列

$$1, -\frac{1}{4}, \frac{1}{16}, -\frac{1}{64}, \dots$$

が与えられているとき,

- (1) 一般項 a_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) を求めよ。
- (2) 無限級数 $S = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ を求めよ。

問5 以下の不定積分を求めよ。

- (1) $\int x \log(x^2 - 1) dx$
- (2) $\int \frac{e^x}{e^x + 1} dx$

問 6 空間内の 3 点 , 点 $A(-1, -2, -1)$, 点 $B(1, 2, 3)$, 点 $C(1, 1, 1)$ について考える。

- (1) 3 点を通る平面の方程式を求めよ。
- (2) この面の単位法線ベクトルを求めよ。