[II-B]

点電荷（電荷の大きさを q_0 とする）がつくる電場は、比例定数を k_0 として、点電荷からの**距離** r **の２乗に逆比例**した大きさ

$$k_0 \frac{q_0}{r^2}$$

をもち、その向きは点電荷と電場を考えている点を結ぶ方向を向いている(クーロンの法則)。その様子を図１に示す。この法則をもとにして、電荷が一様に分布した直線や平面がつくる電場の向きとその大きさの距離依存性を、以下で順々に考えよう。

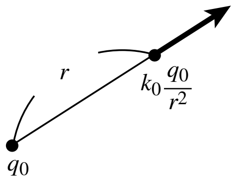

図 1:

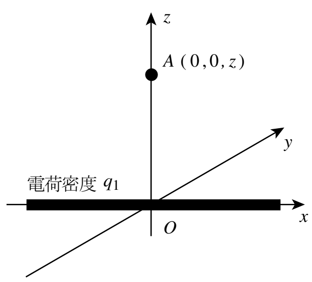

図 2:

図２には、一様に帯電した x 軸が描いてある。x 軸が単位長さあたり持っている電荷 (電荷密度) を q_1 とする。q_1 は x 軸上のどの場所でも一定である。この x 軸が z 軸上の点 A$(0, 0, z)$ につくる電場を考えよう。

問 1. 点 A につくられる電場の向きは z 方向である。その理由を書きなさい。

以下では、この電場の z 成分のことを**単に「電場」と呼ぶ**ことにする。点 A での「電場」が x 軸との距離 z にどのように依存するかを調べよう。

点 A での「電場」は、以下のような手順で求めることができる。まず、$x = -\infty$ から $x = \infty$ までの x 軸を、$\cdots, x_2, x_{-1}, x_0, x_1, x_2, \cdots$ ときざむ。このきざみが十分に小さいと、x_i と x_{i+1} の間に分布している電荷を x_i に集中し

ている点電荷だと考えてよい。つぎに、各区間に含まれる電荷が点 A につくる「電場」を計算する。そして、各区間がつくるこの「電場」を加える。こうして x 軸全体がつくる「電場」が求まることになる。このとき、**きざみ一つ一つが十分に小さい限り、足し算の結果は x 軸のきざみ方によらず同じ値になる**ことが知られている。

さて、図 3 は、x 軸から z_1 と z_2 の距離にある z 軸上の 2 点 A_1 と A_2 における「電場」の比が $1/z_1 : 1/z_2$ であることを示そうとしている図である。点 A_1 と A_2 におけるそれぞれの電場の計算では**きざみ幅の比を違えて**、$z_1 : z_2$ に選び、点 A_1 と A_2 を頂点とする**相似な**三角形 T_1、T_2 がつくられている。

問 2. 図 3 をヒントに、三角形 T_1、T_2 の底辺に分布した電荷が点 A_1 と A_2 につくる「電場」の比が $1/z_1 : 1/z_2$ であることを説明しなさい。

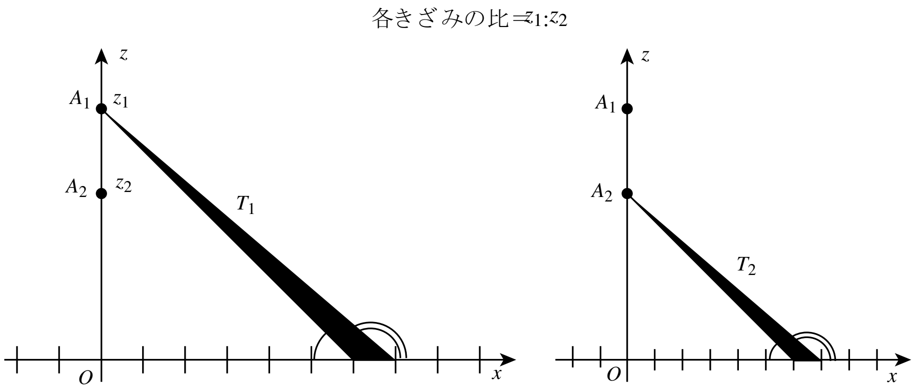

図 3:

問 3. 問 2 の結果をもとにして、x 軸全体が A_1 と A_2 につくる「電場」の比が $1/z_1 : 1/z_2$ であることを説明しなさい。

以上の考察の結果、一様に帯電した直線がつくる「電場」の大きさは, 比例定数を k_1 として

$$k_1 \frac{q_1}{z}$$

となる（つまり、**直線からの距離の逆数に比例する**）ことがわかった。

次に、図 4 のように、一様に帯電した平板（xy 面上にある）が z 軸上の点 A$(0,0,z)$ につくる電場を考えよう。この平板は単位面積あたり一定の値 q_2 に帯電しているものとする。

問 4. 点 A につくられる電場が z 方向を向いていることを示しなさい。

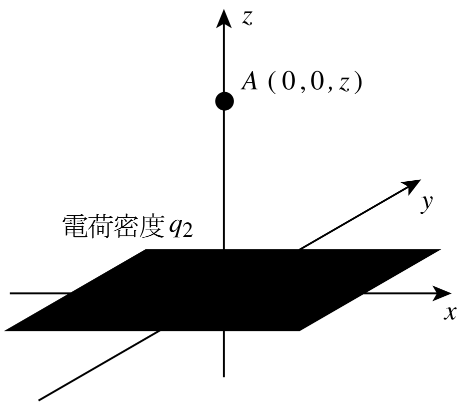

図 4:

問 5. その大きさが平板からの距離 z とともに、どのように変わるかを、上で考察した帯電直線がつくる電場の結果を利用し、問 2、問 3 と同様に相似三角形をもちいて調べなさい。