平成 25 年度

千葉大学先進科学プログラム入学者選考課題

課題 II-C　解答例

$\boxed{\text{II-C}}$ ＜解答例＞

問１　注：出題に関して、メモリのない定規、コンパス、折り紙を用意する。

問２

$\angle BCD=\alpha$, $\angle BOC=\alpha$ とおけば、 $\angle OBA=\angle OAB=2\alpha$ である。さらに

$\angle AOE=\angle OAB+\angle BCD=2\alpha+\alpha=3\angle BOD$

問３

点 C を EOD の上を移動させながら BC の長さが円の半径に等しくなる

点Ｂを決めることができない。

（印のついた定規が必要）

問４

$\triangle BOB' \equiv \triangle BB'L \equiv \triangle BLF'$ より、$\angle OBB'=\angle B'BL=\angle LBF'$ である。

問５

$BE=x$ とすると、$\triangle ABE \backsim \triangle ECD$ より、$1:x=(x-2a):b$ を得る。したがって,

$x(x-2a)=b$ より、x は $x^2-2ax-b=0$ を満たす。

問６

相似な直角三角の辺の比から、$OR=x$, $OS=y$, $OT=z$ とおくと、$1:a=a:x$, $x:a=y:x$, $y:x=y:z$

したがって、$x=a^2$, $y=a^3$, $z=a^4$ を得る。

問７

$OX=x$, $OY=y$ とおくと、$\triangle XOY \backsim \triangle YOQ \backsim \triangle JOX$ より、$1:x=x:y=y:n$ を得る。したがって、

$y=x^2$, $x:x^2=x^2:n$ より　$x^4=xn$ となり、$x^3=n$ を得る。

問８

$\cos 3\theta=4\cos^3\theta-3\cos\theta$

問９

３倍角の公式で、3θ を与えて θ を求めるためには、$\cos 3\theta=a$, $\cos\theta=x$, とおき ３次方程式　$4x^3-3x-a=0$　を解いてから　$\theta=\cos^{-1}x$ を解けばよい。

問 10

図 3、図 6 の結果より 3 次方程式が折り紙で解けるのは、二点を直線の上に重ねる折り方ができるからである。これは、図 2 を作図する場合に、長さを保った線分の一つの端点を決められた直線の上で移動させながら、さらに別の端点の動きを制限することになる。定規とコンパスではこのような作図ができない。これは、2 点と 2 直線を同時に扱う操作である。定規とコンパスではこの操作は不可能である。定規に印をつけてずらす操作を加えればよい。これは、O6 に対応する操作を加えればよい。