

先進科学プログラム解答用紙

受験番号 C S F _____

氏 名 _____

課 題	IA
-----	----

No. 1 / 3

問 1

曲線 C を $y_1(x)$, 直線 l を $y_2(x)$ とおく。

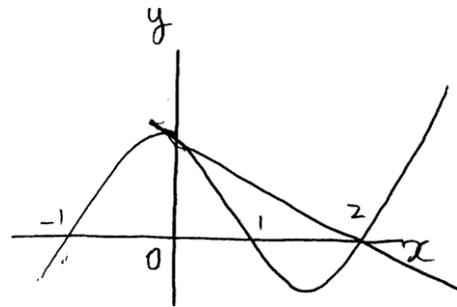
(1)

$$y_1(0) = 2$$

$$y_1'(x) = 3x^2 - 4x - 1 \text{ より}$$

$$y_1'(0) = -1$$

$$\therefore y_2(x) = -x + 2$$



(2)

$$f(x) = y_2(x) - y_1(x) \text{ とおくと,}$$

$$f(x) = -x^3 + 2x^2 = x^2(x - 2)$$

$$f(x) = 0 \text{ の解は, } x = 0, 2$$

したがって, 求める面積は,

$$\int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 (-x^3 + 2x^2) dx = \left[-\frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} \right]_0^2 = -4 + \frac{16}{3} = \frac{4}{3}$$

問 2

(1)

$(a_{n+1} - k) = 2(a_n - k)$ と書ける k を求める。

$$a_{n+1} = 2a_n - k \text{ となるので, } k = 1$$

したがって,

$$b_n = a_n - 1 \text{ とおくと,}$$

$$b_{n+1} = 2b_n, \quad b_1 = 3,$$

$$\therefore b_n = 3 \cdot 2^{n-1}$$

$$a_n = 3 \cdot 2^{n-1} + 1$$

(2)

$$\sum_{n=1}^m a_n = \sum_{n=1}^m (b_n + 1) = \sum_{n=1}^m b_n + m = \frac{3(2^m - 1)}{2 - 1} + m = 3 \cdot 2^m + m - 3$$

先進科学プログラム解答用紙

受験番号 C S F _____

氏 名 _____

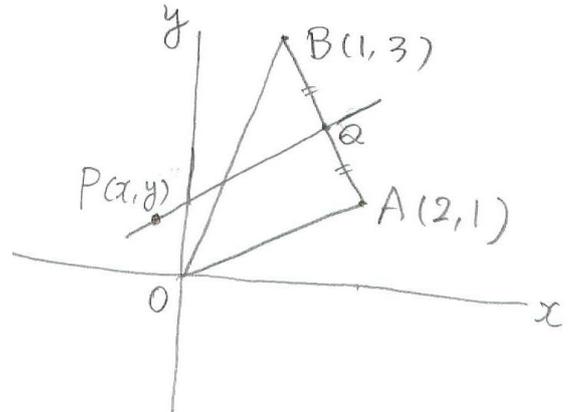
課 題	IA
-----	----

No. 2 / 3

問 3

(1)

$$\begin{aligned}
 |\vec{OA}| \cdot |\vec{OB}| \cos \angle AOB &= \vec{OA} \cdot \vec{OB} \\
 \sqrt{2^2 + 1^2} \sqrt{1^2 + 3^2} \cos \angle AOB &= 2 \times 1 + 1 \times 3 \\
 5\sqrt{2} \cos \angle AOB &= 5 \\
 \cos \angle AOB &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\
 \therefore \angle AOB &= 45^\circ \left(= \frac{\pi}{4} \right)
 \end{aligned}$$



(2)

$$\begin{aligned}
 \vec{OQ} &= \frac{\vec{OA} + \vec{OB}}{2} = \left(\frac{2+1}{2}, \frac{1+3}{2} \right) = \left(\frac{3}{2}, 2 \right) \\
 \therefore Q \text{ の座標は } &\left(\frac{3}{2}, 2 \right)
 \end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}
 \vec{QP} \cdot \vec{AB} &= 0 \\
 (\vec{OP} - \vec{OQ}) \cdot (\vec{OB} - \vec{OA}) &= \left(x - \frac{3}{2}, y - 2 \right) \cdot (1 - 2, 3 - 1) = -\left(x - \frac{3}{2} \right) + 2(y - 2) = -x + 2y - \frac{5}{2} = 0 \\
 \therefore 2x - 4y + 5 &= 0
 \end{aligned}$$

問 4

(1)

$x = 1$ のとき, 最小値

$$\log_2 2\sqrt{2} = \log_2 2^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$$

(2)

$$3 = \log_2 2^3 = \log_2 8 \text{ より}$$

$$|x - 1| + 2\sqrt{2} < 8$$

$$|x - 1| < 8 - 2\sqrt{2}$$

$$-8 + 2\sqrt{2} < x - 1 < 8 - 2\sqrt{2}$$

$$\therefore -7 + 2\sqrt{2} < x < 9 - 2\sqrt{2}$$

先進科学プログラム解答用紙

受験番号 C S F _____

氏 名 _____

課 題	IA
-----	----

No. 3 / 3

問 5

(1)

$$\begin{aligned}\cos 3x &= \cos(2x + x) = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x \\ &= (\cos x \cos x - \sin x \sin x) \cos x - (\sin x \cos x + \cos x \sin x) \sin x = \cos^3 x - 3 \sin^2 x \cos x \\ &= \cos^3 x - 3(1 - \cos^2 x) \cos x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x\end{aligned}$$

(2)

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x \, dx = \frac{1}{4} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} (\cos 3x + 3 \cos x) \, dx = \frac{1}{4} \left[\frac{1}{3} \sin 3x + 3 \sin x \right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{4} \left[\left(-\frac{1}{3} + 3 \right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{2} \right) \right] = \frac{5}{24}$$

(加法定理を適用, 2倍角の公式, 3倍角の公式 $\cos^3 x = \frac{1}{4}(\cos 3x + 3 \cos x)$ を適用してもよい)

先進科学プログラム解答用紙

受験番号 C S F _____

氏 名 _____

課 題	IB	No. <u>1</u> / <u>3</u>
<p>問 1</p> $\left(\frac{L}{2} - \frac{L}{3}\right) + \frac{L}{4} = \frac{5L}{12}$		
<p>問 2</p> <p>O_1点まわりのモーメントのつりあい式は、時計回りを正とすると</p> $-m_1g \frac{5L}{12} - m_0g \frac{L}{6} + T \frac{L}{3} = 0$ <p>なので</p> $T = \left(\frac{5}{4}m_1 + \frac{1}{2}m_0\right)g$		
<p>問 3</p> <p>同様に、O_1点まわりのモーメントのつりあい式は、時計回りを正とすると</p> $-m_1g \frac{11L}{12} - m_0g \frac{L}{6} + T \frac{L}{3} = 0$ <p>なので</p> $T = \left(\frac{11}{4}m_1 + \frac{1}{2}m_0\right)g$		

先進科学プログラム解答用紙

受験番号 C S F _____

氏 名 _____

課 題	IB	No. <u>2</u> / <u>3</u>
<p>問 4</p> <p>T は変化するが T がかかる点の鉛直方向への移動がないため仕事はなされない。つまり, $W_1 = 0$</p>		
<p>問 5</p> <p>O_1点まわりのモーメントのつりあい式は, 時計回りを正とすると</p> $-m_1 g \frac{11L}{12} \cos \theta - m_0 g \frac{L}{6} \cos \theta + T \frac{L}{3} \cos \theta = 0$ <p>なので</p> $T = \left(\frac{11}{4} m_1 + \frac{1}{2} m_0 \right) g \text{となる。}$		
<p>問 6</p> <p>一定の T で $\frac{L}{3} \sin \theta$ 鉛直方向した向きに移動するので,</p> $W_2 = T \frac{L}{3} \sin \theta = \left(\frac{11}{12} m_1 + \frac{1}{6} m_0 \right) g L \sin \theta$		

先進科学プログラム解答用紙

受験番号 C S F _____

氏 名 _____

課 題	IB
-----	----

No. 3 / 3

問 7

角度 θ がつくことで、内筒は、油室を $m_1 g \sin \theta$ の力で、中心軸方向に押しつけることになる。この力と、油がふたを押し力がつりあった状態で、内筒が中心軸方向に $L/2$ 移動するので、

$$W_3 = \frac{1}{2} m_1 g L \sin \theta$$

問 8

$$W_4 = \left(\frac{5}{4} m_1 + \frac{1}{2} m_o \right) g \frac{L}{3} \sin \theta = \left(\frac{5}{12} m_1 + \frac{1}{6} m_o \right) g L \sin \theta$$

一方、

$$W_2 - W_3 = \left(\frac{5}{12} m_1 + \frac{1}{6} m_o \right) g L \sin \theta$$

であるが、この差は(2)から(5)に移る時の仕事 W_4 と一致することが分かる。

【問題意図】

IA：数学

高校数学に関する基本的な理解力を問う問題である。

- 問1 グラフと微分積分の理解力を問う。
- 問2 級数についての理解力を問う。
- 問3 ベクトルについての理解力を問う。
- 問4 対数についての理解力を問う。
- 問5 三角関数についての理解力を問う。

IB：物理

問題把握力，図の理解力，重心の理解，静的つり合いの理解，仕事の理解の確認を行う。