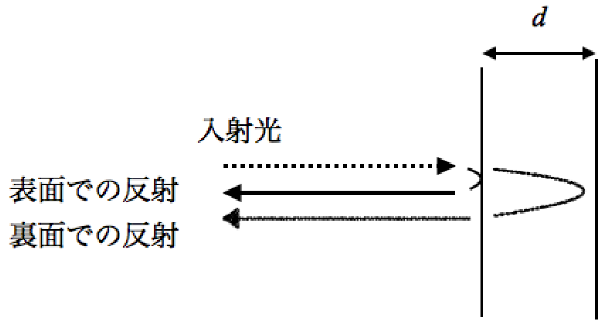
解答 II-E

問 1 別紙手書き。(理想的な解は補足に掲載)

問 2 下図に示すように，入射光は薄膜の表と裏で反射される。



これらの反射光が逆位相の場合，互いに打ち消し合って入射光は 100% 透過する。空気中に比べ薄膜は屈折率が大きいので，表面で反射された光は位相が半波長分ずれるのに対して，裏面で反射された光の位相はずれない。裏面で反射された光は $2d$ だけ進む距離が長いことや屈折率が n の物質中での波長は λ/n であることを使うと，ほとんど光が透過する (反射光がほとんどない) のは，m を整数として

$$2d = \frac{\lambda}{n} m \tag{1}$$

のときである。

問 3 波長 $\lambda = 0.32$，0.40, 0.54，0.80 μm の場所で反射率がほとんど 0 で透過率がほぼ 1 なので，前問の答えより $d = 0.6$ μm が求まる。

問 4 透過率と反射率の和は 1 となっているので，特定の波長でだけ反射率が 0 に近くなるようにすれば良い。図 2 で左側の膜の右面 (裏) と右側の膜の左面 (表) の間の光路を波長の整数倍 ($2d' = m'\lambda$) にすると，表面で反射された光は位相が半波長分ずれるので，位相が反対となって打ち消し合い反射がほとんど起こらない。従って，ほぼ 100%の透過率が実現される。膜の中では波長が n 倍短くなっていることを考えると，$d' = nd$ にすれば，膜 1 枚のときにほぼ 100%透過した波長では 2 枚置いても透過率はほぼ 1 に保たれる。

問 5 点 O で反射された光線は媒介変数 t を用いると $(x, y, z) = (a, 0, b)\,t$ と表せる。この線上で点 O から ℓ 離れた場所は

$$(x, y, z) = \left(\frac{\ell a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, 0, \frac{\ell b}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right) \tag{2}$$

CCD の傾きを $-a/b$ とすれば光面が線分 OP と直交するので，受光面を

$$z = -\frac{a}{b}\left(x - \frac{\ell a}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right) + \frac{\ell b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \tag{3}$$

に置けば良い。

問 6 鏡に対して点 S と対称な点 S′ を考える。線分 SR と S′R の長さは等しい。点 S′ と点 P を結ぶ距離が最短となるのは直線で，その直線と鏡の交点は点 O である。従って線分 SR と RP の和は，点 R と点 O が一致するとき最小となる。[点 R の座標を $(x,\ 0,\ 0)$ として和を計算し，微分により証明しても良い。]

問 7 光路の差が波長の整数倍となると，2 本の帯で反射された光は強め合う。したがって光路を計算する際は $(x,\ y,\ z) = (d/2,\ 0,\ 0)$ の点 $\mathrm{R_1}$，$(x,\ y,\ z) = (-d/2,\ 0,\ 0)$ の点 $\mathrm{R_2}$ を通ると考えて良い。受光面の $y = 0$ の線上で点 P から q だけ離れた点 $\mathrm{Q_1}$ の座標は

$$(x,\ y,\ z) = \left(\frac{a\ell}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{bq}{\sqrt{a^2 + b^2}},\ 0,\ \frac{b\ell}{\sqrt{a^2 + b^2}} - \frac{aq}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right) \tag{4}$$

光路 $\mathrm{SR_1Q_1}$ と $\mathrm{SR_2Q_1}$ の差は設問より

$$\overline{\mathrm{SR_1}} - \overline{\mathrm{SR_2}} = \frac{\overline{\mathrm{SR_1}}^2 - \overline{\mathrm{SR_2}}^2}{2\,\overline{\mathrm{SO}}} = \frac{ad}{\sqrt{a^2 + b^2}} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{R_1Q_1}} - \overline{\mathrm{R_2Q_1}} &= \frac{\overline{\mathrm{R_1Q_1}}^2 - \overline{\mathrm{R_2Q_1}}^2}{2\,\overline{\mathrm{OQ_1}}} \\ &= -\frac{a\ell d + bqd}{\sqrt{\ell^2 + q^2}\sqrt{a^2 + b^2}} \\ &\simeq -\frac{ad}{\sqrt{a^2+b^2}} - \frac{bqd}{\sqrt{a^2+b^2}} \end{aligned} \tag{6}$$

$$\overline{\mathrm{SR_1Q_1}} - \overline{\mathrm{SR_2Q_1}} \simeq -\frac{bqd}{\ell\sqrt{a^2 + b^2}} \tag{7}$$

強め合うのはこの差が 波長に等しいときなので，

$$q = \frac{\ell\sqrt{a^2 + b^2}\,\lambda}{b\,d} \tag{8}$$

もう一つの点 $\mathrm{Q_2}$ は q の符号が反対の場合。

問 8 ホイヘンスの原理により，帯からさまざまな方向に波が広がる。このため受光面で $y = 0$ の線の上が明るくなる。

補足: 表 1 は誘電率が $\varepsilon = n^2\varepsilon_0$，$\mu = \mu_0$ の理想的な薄膜を考え，以下の公式により計算した値を 小数点 3 桁めで四捨五入した値を示している。

$$T = \left[1 + \frac{(n^2 - 1)}{4n^2}\sin^2\left(\frac{nd}{2\pi\lambda}\right)\right]^{-1} \tag{9}$$

$$R = 1 - T \tag{10}$$

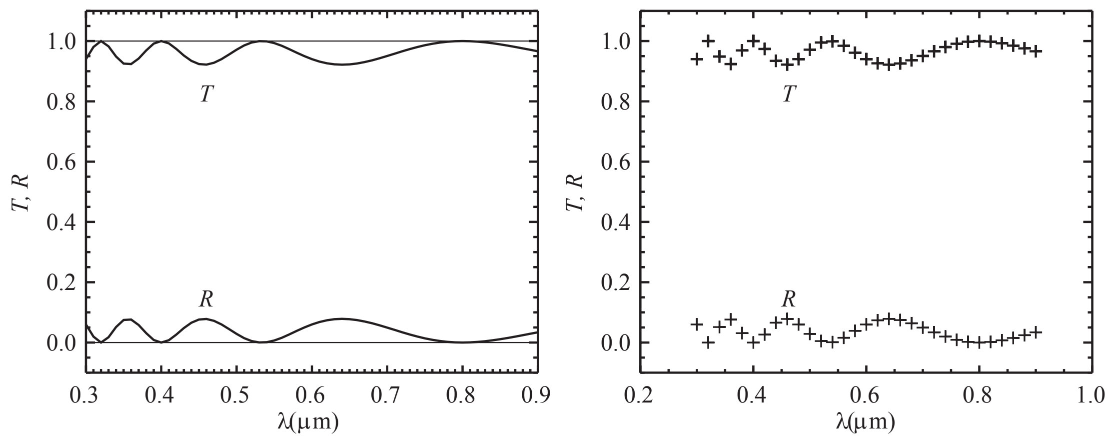


図 1: 左は理想的な薄膜の透過率と反射率。右は表 1 の値を＋印で示したもの。

【注釈】

問 7 では光が $y = 0$ の場所だけで反射するとして答えを求めていますが，厳密に考えると $y \neq 0$ でも光は反射されます。しかし，$y \neq 0$ で反射された光は互いに打ち消しあうため，本問題のように，あたかも $y = 0$ だけで反射したと考えても正しい結果が得られます。なお，ニュートンリングに現れる干渉じまも同様の考えで説明できます。

【出題の意図】

光の干渉に関する理解度と，数式を使って直線を表す力を問う問題。