

平成27年度

千葉大学先進科学プログラム入学者選考課題

課題論述 課題 I

(10 : 00 - 12 : 00)

この冊子はデザイン学科、電気電子工学科、ナノサイエンス学科を志望する受験生向けの課題を掲載しています。

注意事項

1. この冊子は、監督者から解答を始めるよう合図があるまで、開いてはいけません。
2. 机の上には、問題冊子、解答用紙、計算用紙、募集要項に示された用具、時計、受験票以外のものは置いてはいけません。
3. 問題冊子に印刷または製本の不具合があったら、手をあげて申し出てください。
4. 課題 I は、受験者の基礎的能力を多面的に見るための設問です。答えだけでなく、導出過程も筋道を立ててわかりやすく記述してください。
5. 解答用紙は、問題ごとに用意されています。IA (1/3) , IA (2/3) , IA (3/3) , IB (1/3) , IB (2/3) , IB (3/3) の6枚です。すべての解答用紙の受験番号欄に受験番号を記入してください。また、計算用紙が不足する場合には、監督者にその旨申し出て下さい。
6. 解答用紙は、解答の有無にかかわらず持ち帰ってはいけません。
7. この冊子は持ち帰ってもかまいません。
8. その他、監督者の指示に従ってください。

IA

以下の問いに答えなさい。

問1 $y = x^3 - 2x^2 - x + 2$ の曲線 C がある。

- (1) 曲線 C と y 軸上で接する直線 l の方程式を求めなさい。
- (2) 曲線 C と直線 l で囲まれた領域の面積を求めなさい。

問2 数列 $\{a_n\}$ が漸化式 $a_{n+1} = 2a_n - 1$ (n は自然数) をみたす。初項は $a_1 = 4$ とする。

- (1) 一般項を求めなさい。
- (2) 初項から第 m 項 (m は自然数) までの和を求めなさい。

問3 原点 O , 点 $A(2, 1)$, 点 $B(1, 3)$ を考える。

- (1) $\angle AOB$ を求めなさい。
- (2) 線分 AB の中点 Q を求めなさい。
- (3) 線分 AB の垂直二等分線上の点 $P(x, y)$ の式を求めなさい。

問4 $y = \log_2(|x - 1| + 2\sqrt{2})$ とする。

- (1) y の最小値を求めなさい。
- (2) $y < 3$ をみたす x の範囲を求めなさい。

問5 三角関数について、つぎの (1), (2) に答えなさい。

- (1) $\cos 3x$ を $\cos x$ のみで表しなさい。
- (2) 次の定積分の値を求めなさい。

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x \, dx$$

IB

図に示すように、油圧により伸び縮みするクレーン模型を考える。このクレーンは、正四角柱状の「外筒」と「内筒（灰色）」で構成されている。外筒および内筒の右端にはふたがあり、それぞれのふたに挟まれた油室がある。内筒は中心軸方向に移動でき、その位置、すなわち、クレーンの伸びは、油圧ポンプで油室内の油量を調整して制御される。

また、外筒は台の O_1 点および O_2 点の両サイドから支持されており、この支持点 O_1 点、 O_2 点を結ぶ直線 O_1O_2 を回転軸として、クレーンの傾きを変えることができる。傾き角度 θ は、外筒右端のふたの中心 C 点につながれたケーブルによって調整される。ケーブルは常に鉛直方向に張力 T が与えられるように、その下端が左右に動く。

外筒および内筒は、それぞれ、厚さが一定で様な材質でできており、それらの質量は、外筒が m_0 、内筒が m_1 であり、ふたの質量は、無視できる。内外筒の全長は、ともに L であり、直線 O_1O_2 と C 点との距離は $\frac{L}{3}$ である。外筒と内筒とのすき間は無視できるが、内筒が移動する際、外筒との間には摩擦がないものとする。また、油の質量および大気圧は無視できるものとする。重力加速度を g とする。

以下の問いに答えなさい。

(1)は中心軸方向から見たクレーン全体の正面図であり、(2)は内筒が外筒の端から $\frac{L}{4}$ だけ送りだされている状態の側面図である。

問 1 (2)のときの内筒の重心から直線 O_1O_2 までの距離を求めなさい。

問 2 (2)のときの張力 T を求めなさい。

次に(2)の状態から、油圧ポンプを調整して、十分にゆっくりと、(3)に示すように内筒が外筒の端から $\frac{3L}{4}$ 送りだされている状態にした。

問 3 (3)のときの張力 T を求めなさい。

問 4 (2)から(3)の状態に移る際に張力 T がなす仕事 W_1 を求めなさい。

さらに、(3)の伸びのまま中心軸の傾きを変えて、(4)に示す角度 θ の状態にした。

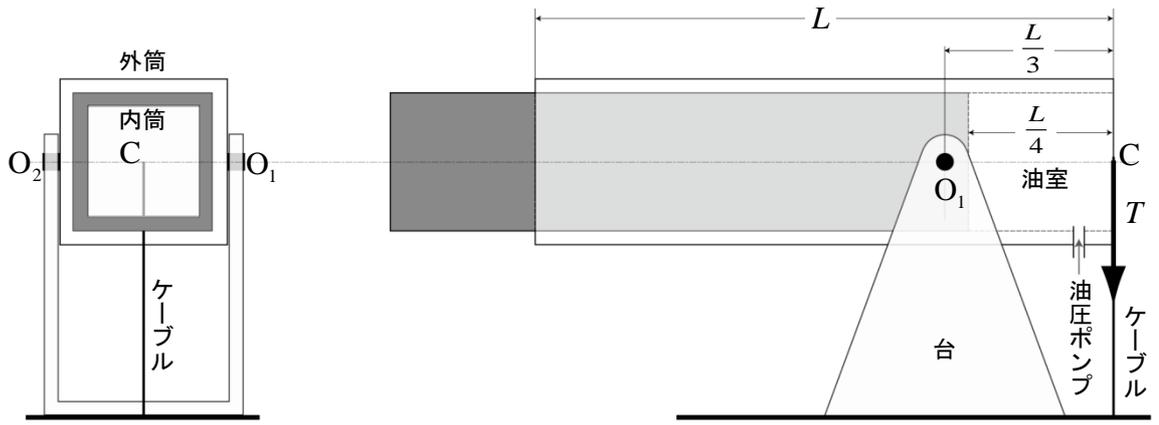
問 5 (4)のときの張力 T を求めなさい。

問 6 (3)から(4)に状態が移る際に張力 T がなす仕事 W_2 を求めなさい。

今度は、(2)の状態からクレーンの伸びを一定にしたままで、中心軸の傾きを変えて、(5)に示す角度 θ の状態にした。その後、油圧ポンプを調整して、十分にゆっくりと(4)の状態にした。

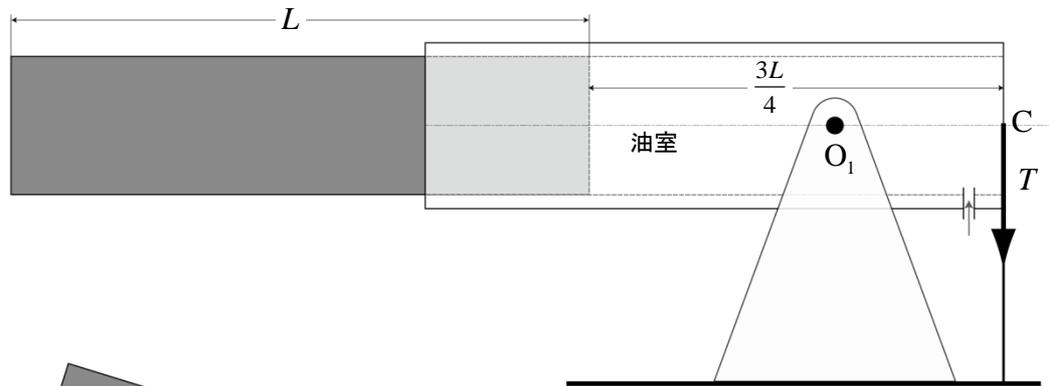
問 7 (5)から(4)に状態が移る際に内筒右端にかかる油の圧力がなす仕事 W_3 を求めなさい。

問 8 (2)から(5)に移る際に必要な仕事 W_4 を求め、仕事 W_2 と仕事 W_3 との関係を考察しなさい。

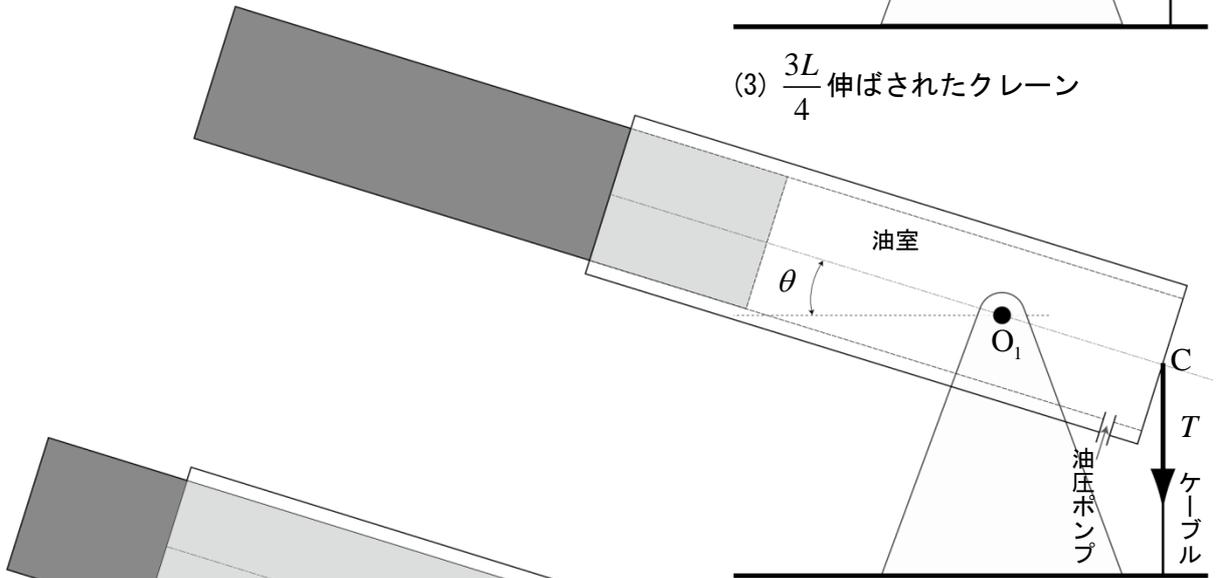


(1) クレーン正面図

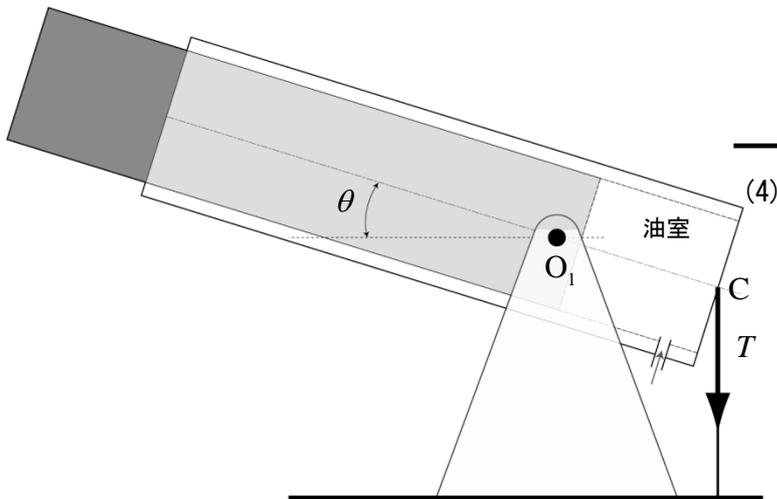
(2) $\frac{L}{4}$ 伸ばされたクレーン左側面図



(3) $\frac{3L}{4}$ 伸ばされたクレーン



(4) 角度 θ の $\frac{3L}{4}$ 伸ばされたクレーン



(5) 角度 θ の $\frac{L}{4}$ 伸ばされたクレーン

図 油圧により伸び縮みするクレーン