平成２７年度

千葉大学先進科学プログラム入学者選考課題

課題論述　課題Ⅱ

（　１３：００－１６：００　）

この冊子は電気電子工学科、ナノサイエンス学科を志望する受験生向けの課題(II-D, II-E)を掲載しています。デザイン学科を志望する受験生は別冊子の課題に取り組んでください。

注意事項

1. この冊子は，監督者から解答を始めるよう合図があるまで，開いてはいけません。
2. 机の上には，問題冊子，解答用紙，計算用紙，募集要項に示された用具，時計，受験票以外のものは置いてはいけません。
3. 問題冊子に印刷または製本の不具合があったら，手をあげて申し出てください。
4. 課題論述試験は，受験者のいろいろな能力を多面的に見るための設問ですので，答えだけでなく，導出過程も筋道を立ててわかりやすく記述してください。
5. 解答用紙は何枚利用しても構いませんが，全ての解答用紙の受験番号欄に受験番号を記入してください。また，問題番号も記入して下さい。ただし，解答用紙一枚には一つの大問の解答のみを記入し，複数の大問の答えを同一の解答用紙に記入しないで下さい。一つの大問に複数の解答用紙を利用する場合には「問３―１/４（問３解答４枚中の最初）」の様に明示して下さい。また，解答用紙や計算用紙が不足する場合には，監督者にその旨申し出て下さい。
6. 解答用紙は，解答の有無にかかわらず持ち帰ってはいけません。
7. この冊子は持ち帰ってもかまいません。
8. その他，監督者の指示に従ってください。

II-D

単位長さあたり $\lambda[\Omega/\mathrm{m}]$ の電気抵抗をもつ，断面積の十分に小さい抵抗線を考える。この抵抗線を用いて，半径 $a[\mathrm{m}]$ の円環 c と，長さが $a[\mathrm{m}]$ より長い直線 l を作ったとして，次の問いに答えなさい。ただし，抵抗線の抵抗は，その長さのみに比例するものとし，配線の抵抗や抵抗線どうしの接触による抵抗などは，無視できるほど小さいものとする。また，磁界の影響は無視できるものとする。なお，解答するにあたり，必要に応じて $\alpha = \sqrt{\pi^2 + 2\pi}$, $\beta = \sqrt{\pi^2 - 2\pi}$ とおきなさい。

問 1 図 1 に示すように，円環 c 上にとった一点 B に対して，$\pi[\mathrm{rad}]$ の角度をなす円環 c 上の点を A，$\theta[\mathrm{rad}]$ の角度をなす点を p とする。ただし，θ は $-\pi[\mathrm{rad}] < \theta < +\pi[\mathrm{rad}]$ の範囲を取るものとする。ここで，$E[\mathrm{V}]$ の直流電源の負側を点 A に，正側を点 p に接続したとして，次の問いに答えなさい。

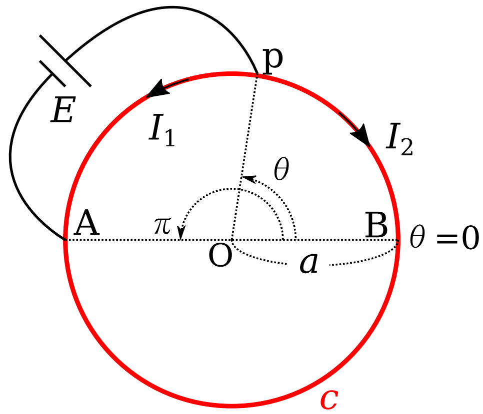

図 1（図中の赤線は抵抗線を表す）

(1) 点 p から反時計回りに点 A に向かって流れる電流 $I_1[\mathrm{A}]$ と，点 p から時計回りに点 A に向かって流れる電流 $I_2[\mathrm{A}]$ を，$\theta[\mathrm{rad}]$ の関数として求めなさい。

(2) (1) の結果を元に，直流電源からみた円環 c の抵抗 $R_c[\Omega]$ を求めなさい。

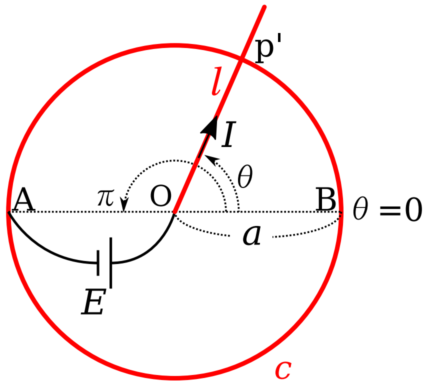

図 2（図中の赤線は抵抗線を表す）

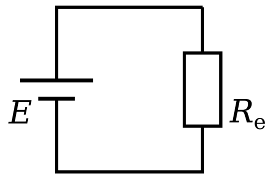

図 3

問 2 図 2 に示すように，円環 c と直線 l で構成した抵抗器を考える。直線 l は，一方の端点を円環 c の中心 O とし，円環上の点 B から角度 θ[rad] をなす円環 c 上の一点 p′ で電気的に接触しながら，点 O を中心として自由に回転できるものとする。この抵抗器に対して，E[V] の直流電源の負側を点 A において円環 c に，正側を点 O において直線 l に接続したとして，次の問いに答えなさい。ただし，円環 c や直線 l はそれぞれ変形しないものとする。また，θ[rad] は $-\pi$[rad] $\leqq \theta < +\pi$[rad] の範囲で考えなさい。

(1) 直線 l を流れる電流 I[A] を θ[rad] の関数として求めなさい。

(2) この抵抗器の円環 c で消費される電力 P_c[W] を θ[rad] の関数として求めなさい。

(3) P_c[W] を最大とする角度と，その時に円環 c で消費する電力 $P_c^{\max}$[W] を求めなさい。

問 3 図 2 において，直線 l を点 O のまわりに ω[rad/s] $(\omega > 0)$ の等角速度で回転させた。直線 l が初めに点 B を通過した ($\theta = 0$[rad] となった) 瞬間を時刻 t[s] の原点 ($t = 0$[s]) として，以下の問いに答えなさい。

(1) 直線 l が点 A を通過してから，一周して次に点 A に到達するまでの範囲において，この抵抗器全体で消費する電力 (直線 l と円環 c で消費する電力の合計) P[W] を，時刻 t[s] の関数として求めなさい。

(2) (1) の結果を参考に，$t = 0$[s] で直線 l が点 B を通過してから一周して次に点 B に到達するまでの間について，$P(t)$[W] のグラフを描きなさい。この時，最大点，最小点の座標もあわせてグラフ中に記入しなさい。

(3) 直線 l が一周する時間あたりに，この抵抗器全体が消費する電力量 W[J] を求めなさい。なお，必要に応じて

$$\frac{1}{k^2 - x^2} = \frac{1}{2k}\left(\frac{1}{k+x} + \frac{1}{k-x}\right)$$

と分解できることを利用しなさい。

(4) 図 3 に示すように，ある抵抗 R_e[Ω] に，前問までと同じ E[V] の直流電源を接続したところ，直線 l が一周するのに要する時間あたりに，R_e[Ω] が消費する電力量が，(3) で求めた W[J] と同じになった。この時の R_e[Ω] を求めなさい。

II-E

波長により光の進む向きや方向を変えられる装置を分光器と呼ぶ。光が波であることを利用すると，透過型と反射型の2種類の分光器が製作できる。これらの原理について述べた下記の設問に答えなさい。なお，設問では，光がどこに届いたか検出するため，デジタルカメラの受光面にも採用されている CCD が使われている。

[透過型分光器]

問1 表1は屈折率が $n = 1.33$ で厚みが d で一定の薄い膜にさまざまな波長の光を膜に垂直に照射した場合（図1）の透過率 T と反射率 R を示している。真空中での波長 λ を横軸，透過率と反射率を縦軸にとり，この表をグラフにしなさい。

問2 なぜ，波長により透過率と反射率が変化するのか，図を使って説明しなさい。

問3 この膜の厚み d の値を求めなさい。

問4 同じ膜をもう1枚用意し，図2に示すように，短い間隔 d' だけ離して平行に置いた。膜を増やすと反射面が増えるので，透過率は下がりやすい。間隔 d' をどのように設定すれば，1枚のときと同じように特定の波長では透過率がほとんど1となるようにできるだろうか。あなたの考えを述べなさい。

表 1：厚み d，屈折率 n の薄膜の透過率 T と反射率 R。

$\lambda[\mu\mathrm{m}]$	T	R	$\lambda[\mu\mathrm{m}]$	T	R
0.30	0.940	0.060	0.62	0.926	0.074
0.32	1.000	0.000	0.64	0.922	0.078
0.34	0.949	0.051	0.66	0.926	0.074
0.36	0.924	0.076	0.68	0.936	0.064
0.38	0.969	0.031	0.70	0.951	0.049
0.40	1.000	0.000	0.72	0.966	0.034
0.42	0.974	0.026	0.74	0.980	0.020
0.44	0.934	0.066	0.76	0.991	0.009
0.46	0.922	0.078	0.78	0.998	0.002
0.48	0.940	0.060	0.80	1.000	0.000
0.50	0.971	0.029	0.82	0.998	0.002
0.52	0.995	0.005	0.84	0.993	0.007
0.54	0.999	0.001	0.86	0.985	0.015
0.56	0.984	0.016	0.88	0.976	0.024
0.58	0.961	0.039	0.90	0.966	0.034
0.60	0.940	0.060			

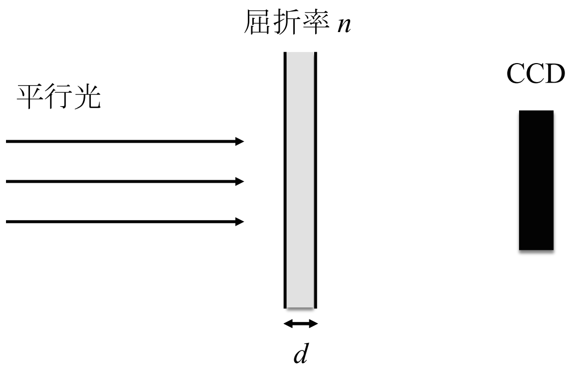

図 1

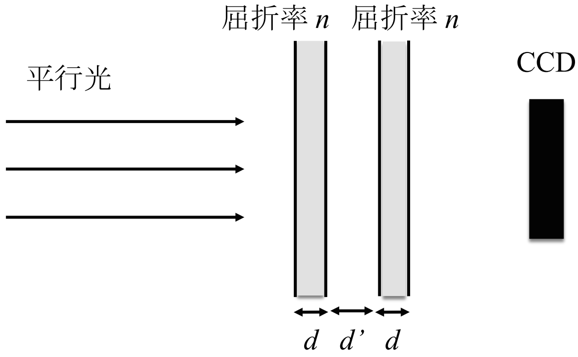

図 2

[反射型分光器]

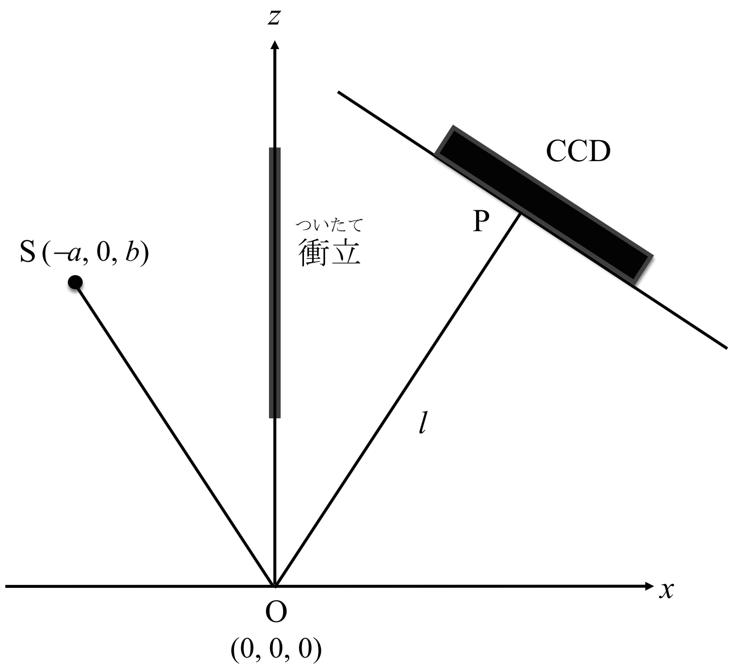

図 3：y 軸方向から見た点光源 S や反射面 $(z = 0)$。

問 5 図 3 に示すように，点 S におかれた点光源から出た光を $z = 0$ におかれた鏡で反射させ，点 O から距離 ℓ の場所に CCD を置き光を検出する。CCD は点 O で反射された光が垂直に入射するように設置する。点 S の座標を $(x, y, z) = (-a, 0, b)$，点 O の座標を $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ として，CCD の受光面を表す 1 次式を求めなさい。ただし，a, b, ℓ は正の定数である。なお，CCD には点 S からの直接光が入らないように，衝立（ついたて）を立ててある。

問 6 点 O で反射した光が CCD の受光面に到達する点を P，鏡の上の任意の点 R とするとき，線分 SR と RP の長さの和が最小となるのは R が O と一致する場合であることを証明しなさい。

問 7 図 4 に示すように，鏡の面 $(z = 0)$ のうち，$x = \pm d/2$ の 2 本の細い帯の部分だけで反射がおこるように，その他の部分を黒い紙で覆った。波長 λ の単色光だけが放射される点光源を S に置いたところ，受光面で $y = 0$ の線上に点 P のほかにいくつかの輝点が現れた。これらのうち点 P に最も近いもの 2 つは，点 P から両側に q だけ離れていた。この距離 q を求めなさい。この設問では，隣接する点 A，B から十分離れた点 P までの距離の差は，

$$\overline{\mathrm{PA}} - \overline{\mathrm{PB}} = \frac{\overline{\mathrm{PA}}^2 - \overline{\mathrm{PB}}^2}{\overline{\mathrm{PA}} + \overline{\mathrm{PB}}} \simeq \frac{\overline{\mathrm{PA}}^2 - \overline{\mathrm{PB}}^2}{2\,\overline{\mathrm{PC}}}$$

と近似できることを用いてよい。ここで，点 C は A，B の中点である。また，d や q は a, b, ℓ に比べて十分短いので，必要ならば $\sqrt{\ell^2 + q^2} \simeq \ell$ という近似を用いてよい。

問 8 図 5 に示すように，鏡の面 $(z = 0)$ のうち，$x = 0$ にある 1 本の細い帯だけで反射がおこるように，その他の部分を黒い紙で覆ったら，CCD の受光面のどの部分が明るくなるか。明るくなる部分の場所やかたちと，そう考えた理由を述べなさい。

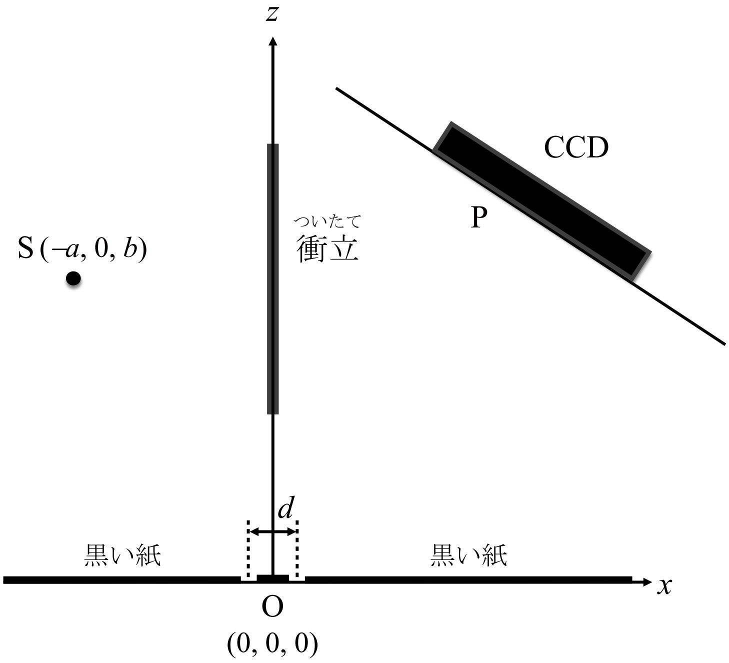

図 4 : y 軸方向から見た問題 7 の設定。

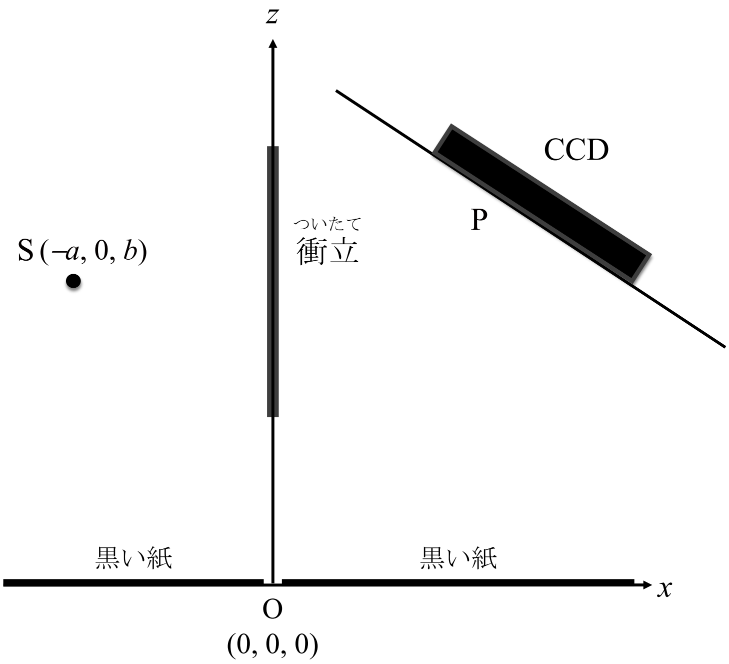

図 5 : y 軸方向から見た問題 8 の設定。