

平成 31 年度

千葉大学先進科学プログラム入学者選考課題

課題論述

数学

(15:30－17:00)

注意事項

1. この冊子は、監督者から解答を始めるよう合図があるまで開いてはいけません。
2. 問題冊子に印刷または製本の不具合がある場合は、手を上げて申し出て下さい。
3. 問題すべてに解答してください。
4. 解答用紙は何枚使用しても構いません。全ての解答用紙に受験番号を必ず記入して下さい。
5. 教科書、ノートなどは一切参照してはいけません。
6. その他、監督者の指示に従って下さい。

数学

問1 以下の方程式を x について解きなさい。

(1) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$

(2) $\sin 3x + \sin x = 0 \quad (0 \leq x < 2\pi)$

(3) $\log_3(x^2 + 2x - 3) + \log_{\frac{1}{3}}(x - 1) = 2 \quad (x > 1)$

問2 放物線 $y = x^2$ と直線 $y = 2ax + 1$ がある。以下の問いに答えなさい。

(1) 2つの線が交わる点の x 座標を求めなさい。

(2) 放物線と直線で囲まれる面積 S を求めなさい。

(3) (2) の面積 S を a について微分しなさい。

問3 原点 O から座標空間内の点 $A(1, 1, 0)$ に引いた空間ベクトルを \vec{OA} , 点 $B(2, 1, 1)$ に引いた空間ベクトルを \vec{OB} とする。2つのベクトル \vec{OA} , \vec{OB} を含む平面内の点で、点 $C(1, 3, 10)$ にもっとも近い点の座標を求めなさい。

問4 次の漸化式で表される数列 a_n の一般項を求めなさい。

$$\begin{cases} a_1 = 7 \\ a_{n+1} = 3a_n - 10 \end{cases}$$

問5 2つの点 $A(1, 0)$, $B(4, 0)$ からの距離が $2:1$ である点 P が満たす方程式を求め、その軌跡を図示しなさい。

問6 複素数 $(\sqrt{3} + i)^{10}$ の実部, 虚部, 絶対値, および偏角 θ を求めなさい。

ただし, $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。

問7 次の等式を満たす関数 $f(x)$ を求めなさい。

$$f(x) = x + \int_0^\pi f(t) \sin t \, dt$$