

[II-A]

図1のように、質量 m 、一辺の長さ h の立方体の箱 Q がある。箱の中は空洞になっている。箱の壁は一様で、厚さは無視できるとする。

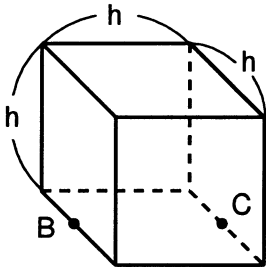


図1

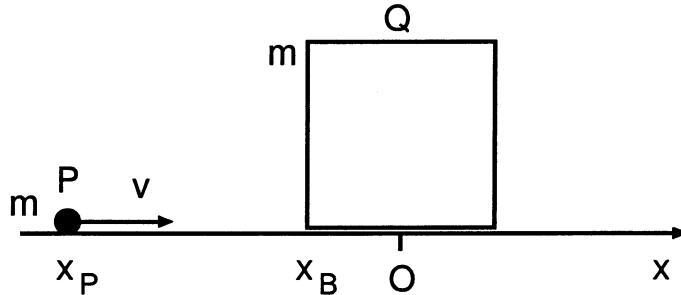


図2

図2のように、箱 Q を平らな床の上に置き、箱の左側から箱の左側面に垂直に、質量 m の質点 P を速さ v で衝突させた。箱との衝突点は左側面の底辺の中心点 B である。衝突は完全弾性衝突であり、質点と床、箱と床の間の摩擦は無視できるものとする。

問1. 衝突前の箱の底面の中心を原点、衝突後の時刻を t として、質点 P の x 座標 x_P と箱の左側面の x 座標 x_B を、時刻 t の関数として求めなさい。また、これらを、横軸を t 、たて軸を x に取ったグラフに示しなさい。 x_P は実線、 x_B は点線であらわすこと。

次に、図3のように、平らな床の上に置いた箱 Q の底面の中心に質量 m の質点 R を置き、問1と同様に質量 m の質点を速さ v で、箱の左側面に垂直に底辺の中心点 B に衝突させた。衝突は完全弾性衝突であり、質点 R と箱、質点 P と床、箱 Q と床の間の摩擦は無視できるものとする。

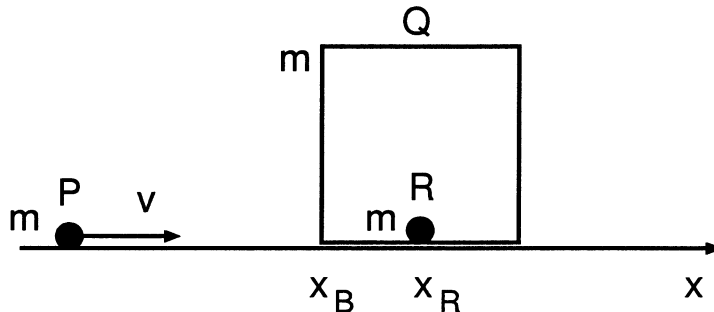


図3

問 2. 質点 P と箱が衝突した時刻を $t = 0$ とするとき、質点 R が箱の左側面にはじめて衝突する時刻を求めなさい。

問 3. 質点 R が箱の左側面にはじめて衝突した直後の質点 R と箱の速度（大きさと向き）を求めなさい。

問 4. 質点 P と箱が衝突した後の質点 R の x 座標 x_R と箱の左側面の x 座標 x_B を、時刻 t の関数として求めなさい。ただし、座標の原点は衝突前の箱の底面中心とする。また、これらを横軸を t 、たて軸を x にとったグラフに示しなさい。 x_R は実線、 x_B は点線であらわすこと。

次に、図 4 のように、平らな床の上に箱 Q を置き、その底面の中心に置いた質量 m の質点 R と左側面の底辺の中心点 B、右側面の底辺の中心点 C の 2 点を自然長 $l_0 = \frac{h}{2}$ 、ばね定数 k の質量が無視できるばね 2 本で結んだ。時刻 $t = 0$ で、この箱の点 B に質量 m の質点 P を速さ v で箱の左側面に垂直に衝突させた。衝突は完全弾性衝突であり、質点と箱、質点と床、箱と床の間の摩擦は無視できるものとする。衝突前の箱の底面の中心を原点とし、衝突後の時刻 t における質点 R の x 座標を x_R 、点 B、点 C の x 座標をそれぞれ x_B 、 x_C とする。

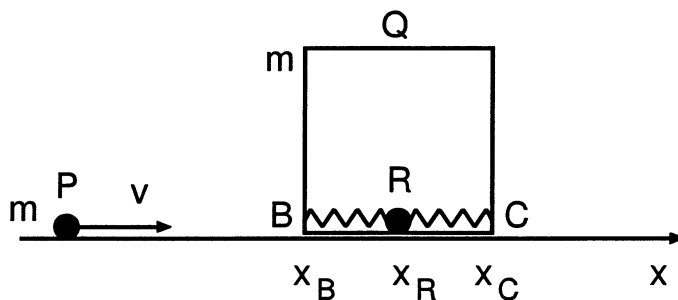


図 4

問 5. 質点 R と箱 Q の運動方程式を書きなさい。質点 R の加速度を a_R 、箱 Q の加速度を a_Q とすること。

問 6. 衝突後、質点 R と点 B の中点は一定の速さで動くことを示しなさい。

問 7. 問 6 の速さで x 軸正方向に動く観測者から見たときの質点 R の振動周期と振幅を求めなさい。

問 8. x_R と x_B を時刻 t の関数として表しなさい。また、それらの時間変化のおおよその様子を、よこ軸を衝突後の時刻 t 、たて軸を x にとったグラフに示しなさい。 x_R は実線、 x_B は点線であらわすこと。

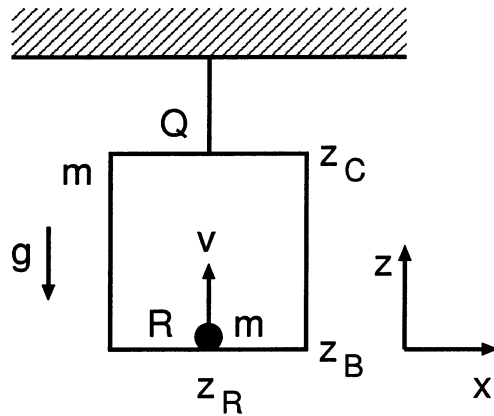


図5

次に、図5のように、天井から質量 m の箱 Q をつるし、底面の中央に置いた質量 m の質点 R に鉛直上向き ($+z$ 方向) に v の速さを与えた直後に、箱をつるしているケーブルを切断した。この時刻を $t = 0$ とし、この時刻での箱の速度は 0 とする。

問9. ケーブル切断前の箱の底面の中心を原点、重力加速度を g として、その後の質点 R の z 座標 z_R と箱の底面の z 座標 z_B 、上面の z 座標 z_C を各々時刻 t の関数として表しなさい。また、それらの時間変化のおおよその様子を、横軸を t 、たて軸を z にとったグラフに図示しなさい。 z_R は実線、 z_B 、 z_C は点線であらわすこと。