

課題 II-A 略解

[1]a. v_a .

[1]b. 図 1 の角度 α とボールが当たった点 A の座標 (x_a, y_a) を求める .

$\alpha = (\pi + \theta_a - \phi_1)/2$. $x_a = OA \cos \theta_a, y_a = OA \sin \theta_a$ で OA は正弦定理から求めるなど .

[2]a. $\phi_2 = \theta_b$.

天井に当たった点の x 座標 $x = x_2/2$ を放物線 $z = -gx^2/(2v_b^2 \cos^2 \theta_b) + \tan \theta_b x$ に代入 .

[2]b. 天井にぶつかるまで , およびぶつかってから測定器に入るまでのボールの軌跡は放物線である . 前者を放物線 I , 後者を放物線 II とする . 放物線 I , II が一意に決定できれば天井の位置を特定できる . 放物線 I は v, θ が与えられ , 通る一点 (= 原点) が指定されているので一意に決まる . それに対し , 放物線 II は ϕ_2 と通る一点 $(x_2, 0)$ が与えられているが , これだけでは一意に決まらない . しかし , エネルギーが保存されているので , 測定器にボールが入る時の速さが v と決まり , ここから放物線 II を一意に決めることができる . 従って測定量は (v, ϕ) で十分 .

[2]c. $\tan \gamma$ (= \vec{t} を求めることと等価) と天井にぶつかった点 C の座標 :

(方針) 放物線 I, II の式 $z = f_I(x), z = f_{II}(x)$ を決定し , その交点 (x_c, z_c) を求める . 次にその点における放物線 I, II の接線の傾きを求め , それぞれ $(1, f'_I(x_c)), (-1, -f'_{II}(x_c))$ 等とおく . これに平行な単位ベクトルを求め両者の差をとると \vec{t} となる .