

平成 20 年度

千葉大学先進科学プログラム入学者選考課題

課題論述

実施時間 [9:00 - 17:00]

数学

(16:00 - 17:00)

注意事項

1. 以下の問題すべてに解答してください。
2. 教科書、ノートなどは一切参照してはいけません。
3. 携帯電話は必ず電源を切ってください。

[1] 以下の間に答えなさい。

(1) $x = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$ のとき, $x + \frac{1}{x}$, $x^2 + \frac{1}{x^2}$, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ の値を求めなさい。

(2) a は実数で, $a > 0, a \neq 1$ とする。このとき,

$$\log_a 10^4 + \log_{10} a + 4 = 0$$

を満たす a の値を求めなさい。

(3) 3人でじゃんけんをして, 2回以内に1人だけが勝ち残る確率を求めなさい。ただし, 1回目で2人が勝ち残った場合, 2回目はその2人だけでじゃんけんをするものとする。

(4) 数学的帰納法によって, 次の等式を証明しなさい。

$$(1 + 2 + \cdots + n)^2 = 1^3 + 2^3 + \cdots + n^3$$

(5) \vec{a}, \vec{b} は $\vec{0}$ でなく, 互いに平行でないとする。このとき, $\vec{a} + t\vec{b}$ と $\vec{a} - t\vec{b}$ が垂直になるような t の値を \vec{a}, \vec{b} を用いて表わしなさい。ただし, $t > 0$ とする。

[2] 2次方程式に関する以下の間に答えなさい。

(1) a, b, c は定数で, $a \neq 0$ とする。このとき, 2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解の公式を導きなさい。

(2) 2次関数 $y = mx^2 + 2x + m + 2$ に対して, y の値が常に -2 以下になるための m の範囲を求めなさい。

[3] 実数 a が $0 < a < 2$ の範囲を動くとき, 以下の間に答えなさい。

(1) 積分

$$\int_0^2 |x(x-2)(x-a)| dx$$

を計算しなさい。

(2) (1) の積分が最小になるような a の値を求めなさい。