

平成 26 年度

千葉大学先進科学プログラム入学者選考課題

課題論述

数学

(16:00－17:00)

注意事項

1. 以下の問題すべてに解答してください。
2. 教科書、ノートなどは一切参照してはいけません。
3. 携帯電話、スマートフォンの電源を必ず切ってください。

数学

問1 $x = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$, $y = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ のとき, 次の式の値を求めなさい。

(1) $x^2 + y^2$ (2) $x^3 + y^3$

問2 1 から順番に番号が振られた m 個の箱がある。

- (1) 1 から順番に番号が振られた $n (> m)$ 個の玉を箱にでたらめに入れるとき, 入れ方は何通りあるか。また, 1 番の箱が空になる確率を求めなさい。
- (2) 番号が振られておらず区別できない $n (> m)$ 個の玉を箱にでたらめに入れるとき, 入れ方は何通りあるか。

問3 $a > 1$ のとき, 不等式 $\log_a(7 - 2x) \geq \log_{\sqrt{a}}(x - 2)$ を解きなさい。

問4 $\theta = \frac{\pi}{10}$ とする。

- (1) $\sin 2\theta = \cos 3\theta$ が成り立つことを示しなさい。
- (2) $\sin \theta$ の値を求めなさい。

問5 関数 $f(x) = x^3 - \frac{4}{9}x$ について次の問いに答えなさい。

- (1) a を正の定数とするとき, 曲線 $y = f(x)$ には傾き a の接線が2本引ける。2つの接点の x 座標を a を用いて表しなさい。
- (2) (1) の2つの接点を通る直線が x 軸に平行であるとき, この直線の方程式を求めなさい。
- (3) (2) の直線と曲線 $y = f(x)$ で囲まれた図形の面積を求めなさい。

問6 3点 $A(1, 1, 1)$, $B(-1, 2, 3)$, $P(t, 1, -4)$ について次の問いに答えなさい。

- (1) \overrightarrow{AB} と \overrightarrow{AP} を成分表示しなさい。
- (2) $\triangle PAB$ の面積を最小にするように実数 t の値を定め, 面積の最小値を求めなさい。