

平成 27 年度

千葉大学先進科学プログラム入学者選考課題

課題論述

数学

( 16:00－17:00 )

注意事項

1. 以下の問題すべてに解答してください。
2. 教科書，ノートなどは一切参照してはいけません。
3. 携帯電話，スマートフォンの電源を必ず切ってください。

## 数学

問1  $x$ に関する4次方程式  $x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 4x + 1 = 0$  について、以下の問いに答えなさい。

(1)  $t = x^2 - 2x$  において、 $t$ に関する方程式に直しなさい。

(2) (1)で求めた方程式を解き、最初の4次方程式のすべての解を求めなさい。

問2 関数  $f(x) = x^3 - ax^2$  について、以下の問いに答えなさい。ただし、 $a > 0$  とする。

(1)  $f(x)$  が極小となる  $x$  の値を求めなさい。

(2)  $f(x)$  と  $x$  軸で囲まれる領域の面積を求めなさい。

問3  $(1 + \sqrt{3}i)^6$  を計算しなさい。ただし、 $i$  は虚数単位とする。

問4  $\alpha, \beta, \gamma$  が鋭角で、 $\tan \alpha = 2, \tan \beta = 5, \tan \gamma = 8$  のとき、 $\alpha + \beta + \gamma$  の値を求めなさい。

問5 数直線上の動点  $P$  を考える。動点  $P$  は最初原点にあるとし、コインを投げて表が出れば正の方向に1だけ進み、裏が出ればその場にとどまる。コインの表と裏が出る確率がそれぞれ  $\frac{1}{2}$  のとき、コインを3回投げて2だけ正の方向に進む確率を求めなさい。

問6 三角形  $OAB$  に対して、点  $P$  の位置は  $\vec{OP} = s\vec{OA} + t\vec{OB}$  と表され、実数  $s, t$  は  $2s + \frac{1}{2}t = 1$  を満たしながら変化する。

(1) 点  $P$  の存在範囲を図示しなさい。

(2)  $\vec{OA}$  と  $\vec{OB}$  がなす角を  $60^\circ$ 、それぞれの大きさを  $|\vec{OA}| = 2, |\vec{OB}| = 1$  とする。このとき、 $|\vec{OP}|$  の最小値を求めなさい。