

平成29年度

千葉大学先進科学プログラム入学者選考課題

課題論述

数学

(15:30–17:00)

注意事項

1. 問題すべてに解答してください。
2. 教科書，ノートなどは一切参照してはいけません。
3. 携帯電話，スマートフォンの電源を必ず切ってください。



# 数学

問1 次の方程式を解きなさい。ただし、 $i$  は虚数単位である。(配点 15)

$$x^4 = -2 + 2\sqrt{3}i$$

問2 次の和  $S$  を求めなさい。ただし、 $n$  は自然数である。(配点 15)

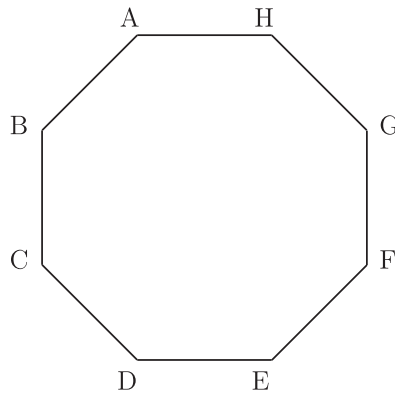
$$S = \frac{1}{1 + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2n-1} + \sqrt{2n+1}}$$

問3 次の方程式を解きなさい。(配点 10)

$$\log_3 x - \log_x 9 = -1$$

問4 正八角形 ABCDEFGH において、以下の問いに答えなさい。

- (1) 頂点 A ~ H の中から相異なる 4 つの点を選ぶときの場合の数と、それらの点を結んでできる四角形が正方形である場合の数を、それぞれ求めなさい(配点 5+5)
- (2) 頂点 A ~ H の中から 3 つの点を選ぶ。それらの点を結んでできる三角形の内角がすべて鋭角である場合の数を求めなさい(配点 10)



問5  $n$  を整数とすると、 $n^2 + n + 2$  は 5 で割り切れないことを証明しなさい。(配点 10)

問6 曲線  $y = \sin x$  (ただし,  $0 \leq x \leq 3\pi$ ) と4点で交わるように  $x$  軸に平行な直線  $y = k$  を引く。以下の問いに答えなさい。

- (1) 4つの交点のうち, 最小の  $x$  座標をもつ交点の  $x$  座標を  $\alpha$  とする。このとき, 残りの3点の  $x$  座標をすべて求めなさい。(配点10)
- (2) 曲線と直線で囲まれる3つの図形の面積の合計  $S$  を,  $\alpha$  を用いて表しなさい。(配点10)
- (3)  $S$  の最小値と, そのときの  $k$  の値を求めなさい。(配点10)

