

平成 31 年度

千葉大学先進科学プログラム入学者選考課題

課題論述

数学

(15:30－17:00)

注意事項

1. この冊子は、監督者から解答を始めるよう合図があるまで開いてはいけません。
2. 問題冊子に印刷または製本の不具合がある場合は、手を上げて申し出て下さい。
3. 問題すべてに解答してください。
4. 解答用紙は何枚使用しても構いません。全ての解答用紙に受験番号を必ず記入して下さい。
5. 教科書、ノートなどは一切参照してはいけません。
6. その他、監督者の指示に従って下さい。

## 数学

問1 以下の方程式を  $x$  について解きなさい。

(1)  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$

(2)  $\sin 3x + \sin x = 0 \quad (0 \leq x < 2\pi)$

(3)  $\log_3(x^2 + 2x - 3) + \log_{\frac{1}{3}}(x - 1) = 2 \quad (x > 1)$

問2 放物線  $y = x^2$  と直線  $y = 2ax + 1$  がある。以下の問いに答えなさい。

(1) 2つの線が交わる点の  $x$  座標を求めなさい。

(2) 放物線と直線で囲まれる面積  $S$  を求めなさい。

(3) (2) の面積  $S$  を  $a$  について微分しなさい。

問3 原点  $O$  から座標空間内の点  $A(1, 1, 0)$  に引いた空間ベクトルを  $\vec{OA}$ , 点  $B(2, 1, 1)$  に引いた空間ベクトルを  $\vec{OB}$  とする。2つのベクトル  $\vec{OA}$ ,  $\vec{OB}$  を含む平面内の点で、点  $C(1, 3, 10)$  にもっとも近い点の座標を求めなさい。

問4 次の漸化式で表される数列  $a_n$  の一般項を求めなさい。

$$\begin{cases} a_1 = 7 \\ a_{n+1} = 3a_n - 10 \end{cases}$$

問5 2つの点  $A(1, 0)$ ,  $B(4, 0)$  からの距離が  $2:1$  である点  $P$  が満たす方程式を求め、その軌跡を図示しなさい。

問6 複素数  $(\sqrt{3} + i)^{10}$  の実部, 虚部, 絶対値, および偏角  $\theta$  を求めなさい。

ただし,  $0 \leq \theta < 2\pi$  とする。

問7 次の等式を満たす関数  $f(x)$  を求めなさい。

$$f(x) = x + \int_0^\pi f(t) \sin t \, dt$$