

令和元年度

千葉大学先進科学プログラム入学者選考課題

課題論述 課題 II-A, II-B

(13:00－16:00)

注意事項

1. この冊子は、監督者から解答を始めるよう合図があるまで開いてはいけません。
2. 問題冊子に印刷または製本の不具合がある場合は、手を上げて申し出て下さい。
3. 解答用紙は何枚使用しても構いません。全ての解答用紙に受験番号を記入して下さい。
4. その他、監督者の指示に従って下さい。

## [II-A]

立方体と床との間の摩擦係数および立方体間の反発係数(はねかえり係数)を求めるため、いくつかの実験を行った。以下の問いに答えなさい。ただし、立方体は密度が一様、質量が  $m$  であるが、大きさは十分小さいものとする。重力加速度の大きさは  $g$  とする。

問1 水平面上を運動している立方体の運動を考えよう(図1)。水平方向にはたらく力は動摩擦だけで、大きさは  $F'$  で一定とする。立方体が、時刻  $t = 0$  で座標の原点( $x = 0$ ) を速度  $v_0$  ( $v_0 > 0$ ) で通過した。 $t \geq 0$  での位置  $x$  と速度  $v$  を数式とグラフで表しなさい。



図1

問2 質量  $m$  の立方体 A が速度  $v_A$  で、静止している質量  $m$  の立方体 B に衝突した。反発係数を  $e$  として、立方体 A と B の衝突直後の速度  $v'_A$  および  $v'_B$  を求めなさい。どちらの立方体も水平な面上で同一直線に沿って運動するとして良い。また、衝突の時間は十分に短く、衝突時にはたらく摩擦力は無視できるものとする。

問3 前問の立方体には衝突後、立方体 A, B 両方に一定で等しい動摩擦力  $F'$  がはたらいっている。立方体 A, B が衝突した後に動く距離  $l_A$  および  $l_B$  を、 $v'_A$ ,  $v'_B$ ,  $m$ ,  $F'$  を用いて表しなさい。

問4 前問の結果を用いて反発係数  $e$  を、 $l_A$  および  $l_B$  の測定だけから求められることを示しなさい。

問5 静止摩擦力を測定するために、質量  $m$  の立方体を水平から角度  $\theta$  傾いた坂の上においた(図2)。角度  $\theta \leq \theta_0$  では立方体は止まっていたが、 $\theta > \theta_0$  の場合は動き出した。このことを用いて、最大摩擦力  $F$  と静止摩擦係数  $\mu$  を求めなさい。また、ちょうど  $\theta = \theta_0$  の場合について、立方体にどのような力がはたらくかを図示しなさい。

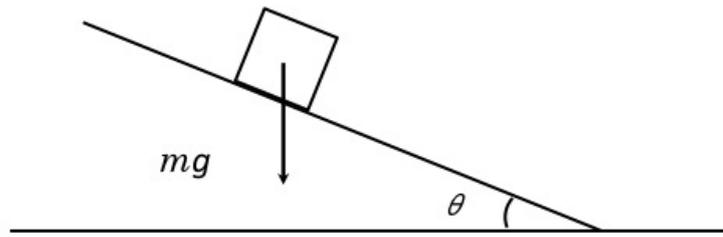


図 2

問 6 質量  $m$  の立方体を摩擦の無視できる坂の上に静かにおいた (図 3)。このとき、立方体の重心は水平面においたときより  $h$  だけ高かった。坂の端に到達したときの速度  $v_1$  を求めなさい。

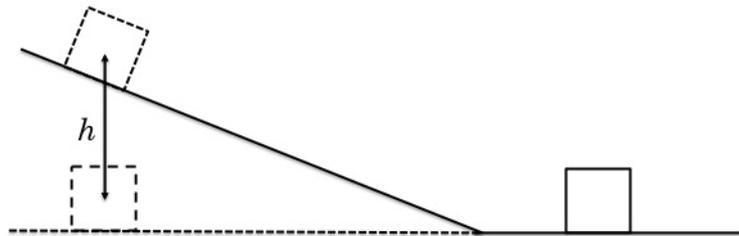


図 3

問 1 で見たように初速と静止するまでの距離を測定すれば、動摩擦力の大きさ  $F'$  を見積もることができる。

問 7 問 6 の立方体は坂から水平面へ移動し、水平面を  $l$  だけ滑って静止した。水平面を滑り始めたときの速度は  $v_1$  のままであるとして、動摩擦係数  $\mu'$  を求めなさい。ただし、解答には  $v_1$  を使用しないこと。

問 8 ここまで動摩擦力は速度によらず一定であると考えてきた。そこで、一定かどうかを調べる実験方法について提案しなさい。また、摩擦力が一定でない場合は、結果がどのように変化するか、考察しなさい。

## [II-B]

質量  $m$ 、電荷  $q$  ( $q > 0$ ) の荷電粒子の真空中の運動について、以下の問いに答えなさい。ただし、重力の影響は無視する。また、この問題では荷電粒子は  $xy$  平面内を運動するように電界や磁界が加えられるものとする。

問1 図1のように、磁界はなく、電界の向きが  $+y$  方向で大きさが  $E$  の一様な電界中で、荷電粒子が  $+x$  方向に速さ  $v$  ( $v > 0$ ) で原点  $O$  を通過した。その後、荷電粒子は曲線  $OR$  に沿って運動した。点  $P$  は  $x$  軸上の点で、原点  $O$  から距離  $\ell$  だけ離れており、点  $R$  と点  $P$  の  $x$  座標は同じである。このとき、線分  $PR$  の長さを求めなさい。

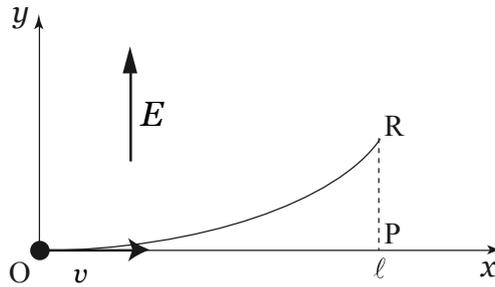


図1

問2 一様な磁界中で等速円運動している荷電粒子について、以下の問いに答えなさい。ただし電界はなく、磁束密度は  $+z$  方向でその大きさを  $B$  とする。

- (1) 速さ  $v$  で等速円運動している荷電粒子にはたらく力  $\vec{F}$  を図示しなさい。また、 $\vec{F}$  の  $x$  成分  $F_x$ 、 $y$  成分  $F_y$  を、荷電粒子の速度  $\vec{v}$  の  $x$  成分  $v_x$ 、 $y$  成分  $v_y$  を用いて表し、これらについても図中で示しなさい。
- (2) 図2のように、質量  $m$ 、電荷  $q$  の荷電粒子  $M$  と  $N$  が、いずれも速さが  $v$  で原点  $O$  を通過した。ただし、原点  $O$  でのそれぞれの粒子の運動方向は、荷電粒子  $M$  は  $+x$  方向、荷電粒子  $N$  は  $-x$  方向である。荷電粒子  $M$ 、 $N$  の回転周期と回転中心の座標をそれぞれ求めなさい。

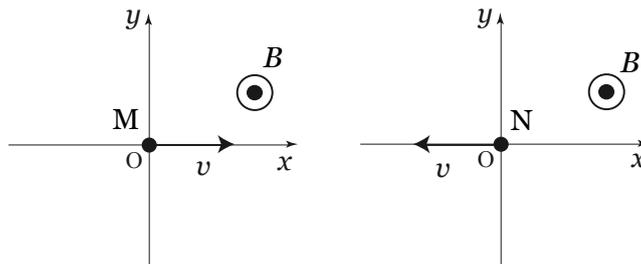


図2

問3 一様な電界と磁界の両方が存在する場合の荷電粒子の動きについて以下の問いに答えなさい。電界は  $+y$  方向で大きさは  $E$ 、磁束密度は  $+z$  方向で大きさは  $B$  である。

- (1) 速度が  $(v_x, v_y)$  の荷電粒子にはたらく力の  $x$  成分  $F_x$ 、 $y$  成分  $F_y$  を求めなさい。
- (2) 速度が  $(v_d, 0)$  ( $v_d > 0$ ) の荷電粒子は、 $y$  方向の位置を変えず、 $x$  方向に等速直線運動した。この時の速度  $v_d$  を求めなさい。

速度が  $(v_x, v_y)$  の荷電粒子を、速度  $(v_d, 0)$  で等速直線運動している観測者  $O'$  から見た場合、荷電粒子の速度は  $(v'_x, v'_y) = (v_x - v_d, v_y)$  となる。また、 $O'$  は加速度運動しておらず慣性系であるため、問3-(1)で求めた静止座標系  $O$  における荷電粒子に働く力  $(F_x, F_y)$  と観測者  $O'$  から見た荷電粒子に働く力  $(F'_x, F'_y)$  は等しい。これらの関係式を用いて、 $(F'_x, F'_y)$  を  $(v'_x, v'_y)$  を用いて表すと、問2-(1)で得られた  $(F_x, F_y)$  と  $(v_x, v_y)$  の関係と等しく、見かけ上、電界がなく磁界のみの場合の運動とみなすことができる。よって、速度  $(v_d, 0)$  で動く観測者  $O'$  から見るとすべての荷電粒子は等速円運動している。このことを用いて、以下の問いに答えなさい。

- (3) 静止座標系の原点  $O$  を  $+x$  方向に通過した荷電粒子は、その速さによらず、 $x$  軸上のいくつかの点を通る。これらのうち、原点  $O$  から最も近い点の  $x$  座標を求めなさい。
- (4) 前問で考えた荷電粒子が  $x$  軸から最も離れたときの  $y$  座標を、静止座標系の原点  $O$  を通過するときの速さが  $\frac{1}{2}v_d$  の場合と  $2v_d$  の場合についてそれぞれ求めなさい。