

令和2年度

千葉大学先進科学プログラム入学者選考課題

課題論述

数学

(15:30－17:00)

注意事項

1. この冊子は、監督者から解答を始めるよう合図があるまで開いてはいけません。
2. 問題冊子に印刷または製本の不具合がある場合は、手を上げて申し出て下さい。
3. 問題すべてに解答してください。
4. 解答用紙は何枚使用しても構いません。全ての解答用紙に受験番号を必ず記入して下さい。
5. 教科書、ノートなどは一切参照してはいけません。
6. 携帯電話やスマートフォン等の電子機器はすべて電源を切り、カバンにしまってください。
7. その他、監督者の指示に従ってください。

数学

問1 以下の問いに答えなさい

- (1) $z = 1 - i$ のとき, $\left| z - \frac{1}{z} \right|^2$ の値を求めなさい。
- (2) 次の不等式を解きなさい。 $x^{\log_3 x} < 27x^2$
- (3) $\tan \theta = 3$ のとき, $\cos 2\theta, \sin 2\theta, \tan 2\theta$ の値を求めなさい。
- (4) 次の不定積分を求めなさい。 $\int x \cos x dx$

問2 次の関数の極値を求めなさい。

- (1) $y = x^2 \log x$
- (2) $y = \frac{e^x}{x^3}$

問3 空間に4点 $A(1, 2, 1)$, $B(3, 3, -2)$, $C(2, -1, 3)$, $D(3, 2, a)$ がある。

- (1) 3点 A, B, C を頂点とする $\triangle ABC$ における $\angle BAC$ の大きさを求めなさい。
- (2) 3点 A, B, C で定める平面上に点 D があるとき, a の値を求めなさい。

問4 A は3枚の硬貨, B は4枚の硬貨をそれぞれ投げ, 表の出た硬貨の枚数の多いほうを勝ちとする。このとき, A の勝つ確率を求めなさい。ただし, 表の出た硬貨の枚数が同じ場合, またはともに裏しか出ない場合は引き分けとする。

問5 放物線 $y = -x^2 + 2x$ と x 軸とで囲まれた図形の面積を, 直線 $y = ax$ が2等分するように, a の値を定めなさい。

問6 数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 2 - \frac{1}{a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定められるとき, 以下の問いに答えなさい。

- (1) a_2, a_3, a_4 を求めなさい。また, 一般項 a_n を推定しなさい。
- (2) 推定した一般項が正しいことを, 数学的帰納法を使って証明しなさい。