

第27回数理科学コンクール課題

令和6年7月30日

千葉大学先進科学センター

千葉大学大学院融合理工学府数学情報科学専攻情報科学コース

千葉大学情報・データサイエンス学部

第 27 回数理科学コンクールの課題です。コロナ禍では遠隔開催のみとし、ロボットの部も休止していましたが、昨年度から対面開催でのコンクールを復活しました。コロナ禍の経験から、課題の部は、遠隔開催も引き続き実施することとしました。そして、昨年度より新たに「人工知能の部」を開催しました。人工知能の部は完全に遠隔開催としました。

数理科学コンクールの主題である、「自ら実験をして現象を考察する。」を引き続き実施するために、今回は実験機材を参加者に送ることにしました。配送できる機材の大きさや種類には制限があるため、皆さんが受け取る機材の中には自分の使いたいものが入っていないかもしれません。しかし、与えられた機材だけを使って、実験の方法を考察して工夫することも科学者にとって重要な訓練です。

今回も前回と同様に、対面開催の参加者と遠隔開催の参加者と共通の課題、対面参加者のための課題、遠隔参加者のための課題の 3 種類の課題を用意しました。それぞれ、4 つの課題に取り組んでください。隔参加者には、機材は参加者の自宅宛てに送りました。例年行っている数理科学コンクールのように、1 題の課題に対して複数の考えをぜひ解答してください。むしろ、複数の解答を主催者は期待しています。遠隔開催の参加者は、開催案内に書かれている期日までに解答を千葉大学に返送してください。

AI, データ・サイエンスに関する報道は落ち着きを見せてきています。AI, データ・サイエンスの手法がいろいろな現場で普通の考え方になってきました、また、AI, データ・サイエンスの課題を取り扱い、解決するためのプログラムも種々公開されています、そこで、千葉大学数理科学コンクールでは、昨年度より「人工知能の部」を開催しています。人工知能の部は遠隔開催とします。

千葉大学先進科学センター

センター長 教授 加納博文

千葉大学情報・データサイエンス学部

学部長 教授 塩田茂雄

千葉大学大学院融合理工学府数学情報科学専攻情報科学コース

コース長 教授 大澤範高

1. 4つの課題を用意しました。いくつかの課題に解答してもかまいません。また、1つの課題にいくつ解答してもかまいません。例えば、実験をして見つけた解答と、実験をせずに考えた解答との2つの解答を提出してもかまいません。むしろ2種類以上の解答を歓迎します。その場合には、どうして答えが2つ以上になったのかも説明してください。
2. 指定した課題に対して、いくつかの課題に解答してもかまいません。また、1つの課題にいくつ解答してもかまいません。例えば、実験をして見つけた解答と、実験をせずに考えた解答との2つの解答を提出してもかまいません。むしろ2種類以上の解答を歓迎します。その場合には、どうして答えが2つ以上になったのかも説明してください。
3. 用意した解答用紙を何枚使用してもかまいません。ただし、異なる番号の課題は同じ解答用紙に記入しないでください。また、1つの課題に1つ以上の解答用紙を使った場合は解答用紙の記入欄に課題ごとの通し番号と総枚数を記入してください。1つの課題に2つ以上の解答を提出する場合も同様に解答用紙の記入欄に課題ごとの通し番号と総枚数を記入してください。
4. 遠隔開催の参加者は、同封した機材以外を利用して実験を行った場合には、その機材名を解答用紙に記載してください。
5. 遠隔開催の参加の自宅にあるどのような資料を参考にしてもかまいません。インターネットで参考資料を検索した場合には、検索先の URL を答案に引用してください。そして、どの部分を参考にしたのかを答案に書いてください。
6. 遠隔開催の参加者は自宅で課題を解答するため、コンテストとしての保険に加入していません。刃物等を使用する場合は、怪我をしないように利用法をまず考え十分注意してください。課題に、火や炎を利用することは想定していません。つまり、火や炎を利用しないと考察できない課題は用意していません。
7. 対面開催、遠隔開催、どちらの参加も課題に関する質問は監督者に質問してください。どんな質問でもどしどし質問してください。
8. ロボットの部は、第1日目にロボットの動作に関するプログラムの講習を受けてください。第2日目(課題の部実施日)にプログラムを作成し、第2日目の午後3時以降に動作評価のためのコンテストを実施します。
9. 人工知能の部は、課題とデータを登録した e-mail アドレスに送信します。解答は、指定されたメールアドレスに提出してください。
10. 答案作成にインターネット上の記事、動画を参考にした場合は、それらの url 等、記事、動画の所在を引用として明記してください。

課題の部

課題 1(対面・遠隔共通課題)

水生生物や草むらに住む昆虫などは触角をもっています。触角で餌を探したり、周りの環境の必要な情報を得ています。触角は、アンテナ状の突起にものが接触したときに電気信号が発生する仕組みになっています。しかし、触角には常に水流や空気、ごみなどが衝突し、必要ではない刺激が入力されます。これらの生物は必要な信号と不必要な信号をどのように区別しているのか数理科学的に考察しなさい。

虫を観察しながら考えたい人は中庭などキャンパス内で昆虫を捕獲して観察してもかまいません。ただし、捕獲の際、熱中症には十分気を付けてください。

課題 2(対面・遠隔共通課題)

同じ大きさの正6角形を平面上に並べた構造をハニカム (Honeycomb) 構造 (蜂の巣構造) と言います。その名の通り、自然界では蜂の巣の構造に観察されます。また、幾つかの植物の花弁の構造に観察されます。この構造は工学的に、軽量で丈夫な構造のため、航空機の内壁、金属扉の中充などに利用されています。

実際の蜂の巣では、蜂の巣構造は、繭の収容場所になっています。蜜蜂の場合、女王蜂候補の繭の入る6角単位は、働き蜂の区画よりも大きな6角形の区画になります。しかし、蜜蜂の巣の構造は全体として殆ど崩れていません。そこで、辺の長さの異なる6角形が含まれる場合に、平面上に蜂の巣構造を作る方法と、その数学的性質を考察してください。

課題 3(対面・遠隔共通課題)

変数 x, y を 0 又は 1 とする. 0 と 1 とに 3 種類の演算

$$\begin{aligned}0 + 0 &= 0, & 0 \times 0 &= 0, \\0 + 1 &= 1, & 0 \times 1 &= 0, \\1 + 0 &= 1, & 1 \times 0 &= 0, \\1 + 1 &= 1, & 1 \times 1 &= 1,\end{aligned} \quad \bar{x} = 1 - x$$

を定義します. この演算をブール演算と言います.

ブール演算によって構成される変換に関する以下の問に答えてください.

問 1

関数

$$e = x \oplus y = x\bar{y} + \bar{x}y$$

の入出力関係を表を利用して表現しなさい. 例えば, 3 変数関数

$$m = x \times y + y \times z + z \times x$$

の入出力関係は

x	y	z	$u = x \times y$	$v = y \times z$	$w = z \times x$	$m = u + v + w$
0	0	0				
0	0	1				
0	1	0				
0	1	1				
1	0	0				
1	0	1				
1	1	0				
1	1	1				

なる表を完成することで得られます. また, 出力が複数ある関数

$$m = x \times y + y \times z + z \times x$$

$$n = x \oplus y + y \oplus z + z \oplus x$$

の入出力関係も同様に表を利用して記述できます.

問 2

0 又は 1 を値とする 3 変数 x_1, x_2, x_3 から 3 変数 y_1, y_2, y_3 への変換

$$y_1 = \bar{x}_3 \times x_1 + x_3 \times x_2$$

$$y_2 = x_3 \times x_1 + \bar{x}_3 \times x_2$$

$$y_3 = x_3$$

の入出力関係を表にしないさい。

また, x_3 を 0 にすると, 出力 y_2 の表現はどうなりますか. さらに, x_3 を 0 にすると, 出力 y_1 の表現はどうなりますか. 加えて, 出力 y_2 を $\bar{x}_3$ とするにはどうすれば良いでしょうか.

問 3

0 又は 1 を値とする 3 変数 x_1, x_2, x_3 から 3 変数 y_1, y_2, y_3 への変換

$$y_1 = x_1$$

$$y_2 = x_2$$

$$y_3 = (x_1 \times x_2) \oplus x_3$$

の入出力関係を表にしないさい。

問 4

問 2, 問 3 の変換は共に出力 y_1, y_2, y_3 が与えられれば, 入力 x_1, x_2, x_3 を復元できることを示さないさい。

問 5

0 を否 1 を可, $\bar{x}$ を否定 (否が可となり, 可が否となる.) 表しています. また, $\times$ は**且つ** (and) を, $+$ は**又は** (or) を表しています. このことから, 問 4 で示した性質は何を示しているか数学的に論じてください。

課題 4(対面課題)

車体に動力装置を搭載しない搬送車を考え、その動作原理を科学的に解析し説明してください。また、考えた装置を実現する上で、物理的、工学的に問題点がある場合は、その問題点を指摘し、解決策を考えてください。例えば、リニアモーター鉄道には移動用の動力装置を載せない形式も存在します。

課題 5(遠隔課題)

分厚いスポンジを綺麗に切るにはどうすればよいか科学的に考えてください。考えた方法で実際にスポンジブロックから3角柱, 6角柱のスポンジを切り出して, 写真(切り口などの十分な解像度があれば普通紙にプリンターで印刷したもので可.)を提出してください。資料のスポンジブロックは厚さ7cmです。

刃物などを用いるときには怪我をしないよう十分に注意してください。

ロボットの部

課題

1 階の自習室に、ロボット (RAPIRO) が用意してあります。各自でロボットの動作課題を考え、その動作を実現しなさい。どのような動作課題を考えたかレポートを作成してください。動作の独創性、面白さを評価します。動作実演は 7 月 30 日の午後 3 時に始めます。それまでに、動作プログラムを完成させてください。

人工知能の部

課題

Wolfram cloud が提供する Wolfram 言語の機械学習機能を利用して、千葉大学先進科学センターが用意する解説書を、インターネットを通じて取得し事前学習を行います。

課題とデータを 8 月 23 日までに課題を登録した住所に送ります。8 月 24 日 10:00 時からから 16:00 時の間に課題に取り組んでください。

答えは、8 月 24 日 16:30 までに、

AIcontest@chiba-u.jp

宛てのメールに添付して提出してください。ただし、添付する解答のファイルの形式は pdf としてください。手書きの答えをスキャナー、スマートホンで pdf 変換したものでも構いません。どうしても pdf ファイルにできない場合は他の形式でも受け付けます。

第27回数理科学コンクール課題

令和6年8月24日

千葉大学先進科学センター

千葉大学大学院融合理工学府数学情報科学専攻情報科学コース

千葉大学情報・データサイエンス学部

第27回数理学コンクール「人工知能の部」の課題です。昨年度から、対面開催でのコンクールを復活しました。それに合わせて、昨年度から「ロボットの部」も復活しました。過去3回の経験から、「課題の部」は、遠隔開催も引き続き実施することとしました。そして、昨年度より「人工知能の部」を開催しています。人工知能の部は完全に遠隔開催としました。

AI, データ・サイエンスに関する報道は落ち着きを見せてきています。AI, データ・サイエンスの手法がいろいろな現場で普通の考え方になってきました, また, AI, データ・サイエンスの課題を取り扱い, 解決するためのプログラムも種々公開されています, そこで, 千葉大学数理学コンクールでは, 本年度も「人工知能の部」を開催します。人工知能の部は遠隔開催とします。

千葉大学先進科学センター

センター長 教授 加納博文

千葉大学情報・データサイエンス学部

学部長 教授 塩田茂雄

千葉大学大学院融合理工学府数学情報科学専攻情報科学コース

コース長 教授 大澤範高

人工知能の部

注意事項

1. Wolfram cloud が提供する Wolfram 言語の機械学習機能を利用して, 千葉大学先進科学センターが用意する解説書を, インターネットを通じて取得し事前学習をおこないます.
2. 課題とデータを メールで送付します。 8 月 24 日 10:00 時からから16:00 時の間に課題に取り組んでください.
3. 答えは, 8 月 24 日 16:30 までに,

AIcontest@chiba-u.jp

宛てのメールに添付して提出してください.
4. ただし, 添付する解答のファイルの形式は pdf としてください. 手書きの答えをスキャナー, スマートホンで pdf 変換したものでも構いません. どうしても pdf ファイルにできない場合は他の形式でも受け付けます.
5. 答案作成にインターネット上の記事, 動画を参考にした場合は, それれの url 等, 記事, 動画の所在を引用として明記してください.

眩暈 (めまいや) 頭部の打撲, 捻挫骨折の疑いがある場合には X 線 CT 検査が行われます. X 線 CT 検査は日本人の我々にとって, 非常に身近な検査となっています. それは, X 線 CT の装置は全世界 (OECD) の約 30% が日本にあり, 日本の 100 万人あたりの台数は 107 台で 2 位のオーストラリアの 56 台の倍近く (OECD health care activities 2019) あり, 実際に世界で一番身近になっています. ただし, 1000 人あたりの撮影回数は 176 回で OECD の中で 6 番目であり (OECD の平均は 140 回), 無暗に撮影しているわけではありません.

とはいえ, CT 検査による被曝量は, 1 回あたり 5~30mSv 程度で, 胸部 X 線撮影の 0.06mSv 程度に比べると被曝量は格段に大きいと言わざるを得ません. 画像を高精細化するためには多方向から数多くのビームを照射する必要があります. さらに, 一般に線量が増えると画質はよくなります. 一方で, 2021 年に通常の MRI の 1/100 程度の磁場でシールドが必要ない MRI が香港の放射線技師によって開発されました [1]. この装置では, AI を用いて画像を構成しています.

そこで, X 線 CT の被曝量を減らすため, 照射するビームの本数を減らして, AI を用いてどこまで画像を再現できるのかを考えます.

Wolfram 言語 の機械学習機能を用いて, ビームの照射方向を減らしたデータすなわち, 斜めの照射ビームのデータをなくした, 縦横のビーム [2,3] の透過率データのみから内部の吸収率の分布をできるだけ高精細に再現してください.

[1] Liu, Y., Leong, A.T.L., Zhao, Y. et al.: A low-cost and shielding-free ultra-low-field brain MRI scanner. Nature Commun 12, 7238 (2021)

<https://doi.org/10.1038/s41467-021-27317-1>

[2] Herman, G.T., A. Kuba eds.: *Discrete Tomography: Foundations, Algorithms, and Applications*. Birkhäuser Boston, MA (1999)

<https://doi.org/10.1007/978-1-4612-1568-4>

[3] Herman, G.T., A. Kuba eds.: *Advances in Discrete Tomography and Its Applications*. Birkhäuser Boston, MA (2007)

<https://doi.org/10.1007/978-0-8176-4543-4>

課題

元画像は $n \times n$ の 2 次元の正方形の画像とします. その画像から縦 n 本, 横 n 本のビームの透過率を計算し, 元の画像を推定させるための元データを $n = 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 30$ の場合について用意してあります. データは図の $\{h_1, v_1, h_2, v_2, \dots, h_{n-1}, v_{n-1}, h_n, v_n\}$ の順に並んでいます. このデータから元画像をできるだけ正しく推定してください.

どのように教師データを発生させたか, 教師データの数による変化についても調べてください. 複数の方法による比較を推奨します.