

第3回数理科学コンクール

課題・解説・講評

平成12年11月3日
千葉大学先進科学教育センター

目次

はじめに	2
優秀者氏名	4
1 課題 1	5
課題	5
解説	5
講評	5
2 課題 2	6
課題	6
解説	6
講評	7
3 課題 3	8
課題	8
解説	8
講評	11
4 課題 4	12
課題	12
解説	12
講評	13

はじめに

明治の文明開化以来、我が国は欧米先進国の科学技術を効率よく吸収して発展してきました。戦後もこの傾向は基本的には変わっていません。現在、我が国は大量の自動車や電子機器を輸出して経済大国となっていますが、これらの工業製品の基本原理はほとんど外国で考えられたものです。欧米諸国との間に経済摩擦や文化摩擦が生じている現状を考えると、これからの我が国で大切なことは独創性のある個性的な人材を育成して、新しい科学技術のフロンティアを切り開き、世界に貢献することであると考えられます。

千葉大学では、日本のみならず、世界の科学技術の先端を担う若者を発掘し、育成するための一助として、本年度も、第3回数理科学コンクールを開催しました。このコンクールの特色は次の通りです。

1. 自由にゆったり考える

試験時間は6時間、途中の休憩や参考書・ノート等の持ち込みは自由とする。

2. たのしい物理・数学の発見

物理や数学のカリキュラムにとらわれず、物理や数学の本質に根ざした、考えて楽しい問題を提供する。

3. 多彩な才能の評価

様々な参加者の優秀な能力やユニークな発想を多面的に評価するため、問題をたくさん解いたものだけでなく、1題に集中してすばらしい発想を出したのも表彰の対象にする。また、グループとしての総合能力を評価するため、個人参加だけでなく、グループ参加も認める。

4. 人材の育成

コンクール参加者の物理や数学の能力をさらに高めるため、コンクールの表彰式と講評会を行う。

平成10年度、11年度に引き続き、多くの中高生の参加者があり、楽しい雰囲気の中で、いろいろユニークなアイデアが生まれました。昨年度より参加者は少なかったが、優秀な答案がたくさんありました。中学生も、高校生に負けず優秀であった。そして、答案を見ると、それぞれの問題に興味を持ちながら解答していることが読んでとれました。

第3回数理科学コンクールの課題の解説と提出された答案の評価を以下にまとめます。解説に述べたように、各課題は課題出題者の周りにおける最先端の問題を元にして作成しました。課題提出者一同、みなさんの素晴らしい洞察力と表現力を前にして、大変感心いたしました。

参加者の皆さんが今後、科学する心を磨き続け、我国の科学の発展に貢献することを課題作成者一同希望します。今後も諸君と共に科学することを楽しみたいと考えています。千葉大学では今後も引き続きこのコンクールを実施する予定です。物理・数学に興味がある中高生の積極的な参加を期待しています。課題作成者もさらに研鑽をかさね、おもしろく、しかも科学の本質に迫る課題を考えていき

ます。

課題作成者

千葉大学教授 井宮 淳

千葉大学助手 植田 毅

千葉大学教授 松元亮治

(五十音順)

平成12年11月3日

優秀者氏名

平成12年7月23日に開催しました第3回数理学コンクールの参加者の皆さんのすばらしい答案の中から以下の参加者諸君を表彰することを決定しました。

第3回数理学コンクール優秀者

金樺賞, 河村春夫, 東谷吉晃, 川田貴之

銀樺賞, 江波戸宣仁, 長岡信介, 岡本尚也, 友田良寛, 水落崇之

学長賞, 森宮頌詠

課題	参加者名
1	江波戸宣仁 森宮頌詠 グループ6 河村春夫, 東谷吉晃, 川田貴之
2	長岡信介 グループ6 河村春夫, 東谷吉晃, 川田貴之
3	グループ3 岡本尚也, 友田良寛, 水落崇之
4	森宮頌詠 グループ6 河村春夫, 東谷吉晃, 川田貴之

千葉大学先進科学教育センター長

教授 大川 澄雄

平成12年11月3日

1 課題1

課題

現在、日本を含めたいくつかの国の人口は減少に向かっています。そこで、危険な作業や単純な作業を、人間に代わってロボットにしてもらうことが考えられています。ロボットの目について考えてみましょう。ロボットはテレビカメラや超音波によって自分の身の回りの景色（環境）を理解します。人間の見ている景色と違う景色を見ている場合もあります。健康な人間には2つの目がありますが、後ろを見ることは出来ません。しかしロボットは、身の回りの異常を素早く発見するために、常に全ての方向を見る必要があります。鏡やレンズを組み合わせて、1台のカメラですべての方向を同時に観測できる全方位カメラを考えてください。

解説

画像理解の中で研究されている全方位カメラに関する出題です。

全方位カメラとは、その名前の通り全方位を一度に観察撮影できるカメラ系のことです。これは、鉛直上向きに配置したカメラと、カメラの光軸と回転軸を一致させ、カメラに対向して配置した凸円錐鏡（あるいは、凸球面鏡、凸回転放物面鏡）から構成されます。このカメラ系をオムニ撮像系と呼びます。これらは、大阪大学で提案開発された技術です。また、オムニ撮像系を複数利用したステレオカメラも研究されています。

多数のカメラ、あるいはカメラを移動させるパノラマカメラの場合、複数の画像をつなぎ合わせる必要が生じます。そこで、移動するロボットなどでは、オムニ撮像系が、また、撮像系全体が移動しない監視用にはパノラマカメラが利用されることとなります。

さて、画像理解とは1画面以上の2次元画像から、3次元空間の構造や対象の動きを理解する手法を研究する人工知能の1分野です。ロボットの動きの設計や、自動組立もその守備範囲です。2画像から動きを復元できることが分かったのは、1985年です。2次元と3次元との関係を取り扱う数学はデザルクによる画法幾何学に始まり、絵画の中では遠近法に利用されています。

講評

用意した凸面鏡を参考に、上向きカメラを考えた解答が多くありました。ただし、鏡面の形状に関する考察はありませんでした。これは、幾何光学の問題でですが、最近では教育課程で取り上げないので当然かもしれません。

また、実際には、鏡を保持する支えで、一部画像が隠れてしまう部分がありますが、このような遮断に関する考察はありませんでした。実際に撮像系を設計する場合には重要な問題となります。

2 課題2

課題

普通の船はスクリューを回転させ推力を得ています。速度を上げる方法は2つあります。第1の方法は、スクリューの回転速度を上げることです。しかし、あまり回転速度を速くすると、スクリューの表面での圧力の上昇に伴って水に溶けている気体が気化して泡が発生します。また、振動が発生したりして、結局効率が悪くなって速く進むことができなくなります。第2の方法は、スクリューを大きくして、後ろにかき出す水の量を多くして速く進むことです。しかし、水の抵抗、船全体の大きさと大きなスクリューを装着ことの関係から、スクリューそのものの大きさに限度があるので、結局船の速度を速くすることには限界があります。

船は、水を後ろにかき出すことで前に進んでいます。このことを参考に、人が泳ぐ場合どのようにすれば、効率よく、しかも速く泳ぐことが出来るかを考えてください。

解説

流体力学とスポーツに関する出題です。第1回に出題したスケート靴の設計と同様の趣旨です。競技者は人間ですから、当然、生物としての運動能力には限界があります。そこで、用具や競技の方法を改良して記録を目指すことになります。

スケート靴の場合は用具の改良を全面にだして課題を作成しましたが水の中で全身で運動する競泳の場合、体の動かし方そのものも改良点として考えることができます。

さて、競泳の場合、前進を妨げる最大の要因は水の抵抗です。従って、水の抵抗をできる限り小さくするような、泳法、スイムスーツの改良を行うことになります。

スイムスーツの抵抗を減らすには、スイムスーツの生地をを通り抜けて水を後ろにスムーズに流すようにすればよいことになります。このとき、参考となるのは、高速に泳ぐことのできる魚の川や鱗の表面形状です。

泳法の改良はいくつか考えられます。

1. できる限り進む方向に対する断面積を小さくする。
2. できる限る水が後に抜ける泳法にする。そして、後ろに渦を作らないようにする。

が実際にできる改良でしょう。後ろに渦ができると、それに引っ張られて前に進まなくなります。これらにかなった泳法の1つが、背泳のスタートから浮き上がるまでの泳法です。なぜなら、手を頭の前に伸ばし、全体として細い円錐になっているため形としての抵抗が少なくなっています。

より速く、より速く、を考えた場合、機械よりも生物の動きが参考になることが多くあります。魚は

効率的な泳いでいます。鳥は効率的に飛んでいます。

講評

このような課題は大変難しいと思います。しかし、実用新案や、特許、新製品の開発、新しいスポーツの発明はこのような考察から生まれます。足にヒレを付けて、潜水して泳ぐ競技もあります。このときどれだけ海豚に近くなって泳ぐかが、速く泳ぐための鍵となります。

3 課題3

課題

ライフゲームを知っていますか. 図1のように碁盤のように区切られた世界を考えます. 各マスには1匹の生物だけが入ることができます.

- あるマスにいる生物は自分のいるマスの周りに隣接する8個のマスの中に2匹か3匹の仲間がいるときだけ, 生物は次の世代に生き残ることができます.
- 隣接する8個のマスの中に仲間がいないか, いても1匹だけの場合には寂しくて死んでしまいます.
- 隣接する8個のマスの中に4匹以上いると過密すぎる世界となり, 死んでしまいます.
- ある空のマスに隣接する8個のマスの中に3匹の仲間が居ると, この空のマスに子供が産まれます.

普通ライフゲームのマスは平面状に無限に並んでいます. ここでは, 各面に9個のマスがある立方体の上のライフゲームを考えてみましょう. これは, 四角い地球を考えることに相当します.

1. 最初サイコロの1つの面だけに, 1から6までの目のどれか1つの状態で生き物が生息している場合, 世代が進むと, サイコロの目はどのようにになるか調べてください.
2. 時間が立つのサイコロ目のパターンが変わらなくなることがあります. このような分布を見つけてください.
3. 死んだり, 生き残ったり, 生まれたりするルールを変えて, 生きている生物のいるマスの目の配置がどうなるか考えてください.

注: 各面の隅のマスには7個の隣接するマスしかないことに注意してください.

解説

この問題は1970年にケンブリッジ大学の若い数学者コンウェイによって発明された「ライフゲーム」に題材をとりました. コンウェイのライフゲームは, 碁盤状に区切られた平面世界の各マス目に, 問題文の規則にしたがって生物を誕生させたり, 死滅させたりすることによって生息パターンの変化を追跡するゲームです. 図2にライフゲームのパターン変化の例と, グライダーとよばれるパターンを示します. グライダーは何回かのパターン変化の後に, もとのパターンが再現され, 飛んでいきます(確かめてみましょう).

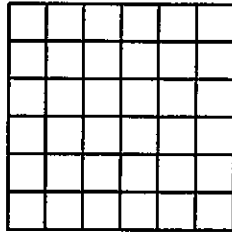


図 1: 6×6 の基盤の目の世界: マスの中で生きる生物を考える.

ライフゲームはコンピュータ・プログラミングの練習問題として絶好の題材です. シミュレーションゲームの基本テクニックがこの問題の中に詰まっています. プログラミングに興味のある人はぜひ挑戦してみてください. ライフゲームの画面はスクリーンセーバーとしても人気があります.

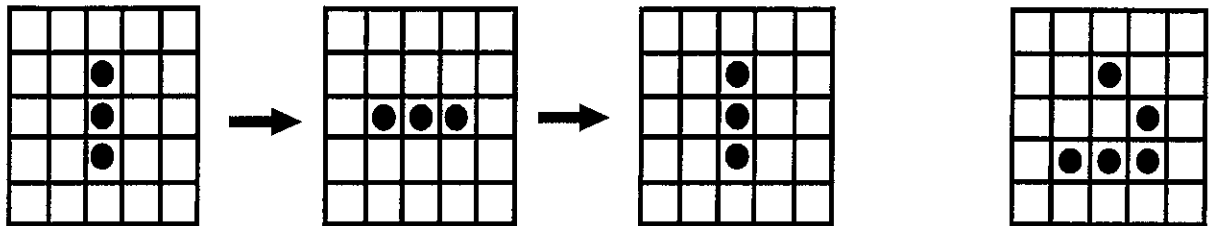


図 2: 「信号機」と呼ばれるパターンの変化, 右図は「グライダー」と呼ばれるパターン.

ある初期状態から出発して規則にしたがってパターンを変化させていく装置のことを計算機科学の用語では「オートマトン」と言います. ライフゲームは 2 次元世界のオートマトンの一種です. 生命現象, 自然現象の中には, オートマトンで説明できることが数多くあります. たとえば, 地震の規模と頻度の関係は, 「あるマス目に加わるストレスがある臨界値を越えると隣のマス目にストレスを解放する」という規則で, うまく説明できることが知られています.

課題 3 は, サイコロ (立方体) 面上でのライフゲームを考えてみようという問題でした. 無限に広がった宇宙ではなく, 有限な宇宙を考えた場合, ライフゲームの世界はどのように変わるでしょうか? たとえばサイコロのひとつの面だけに 6 の目がある状態から出発した場合, 図 3 のようになります. サイコロのすべての面に 6 の目がある状態から出発したらどうなるでしょうか? 5 の目の場合はどうでしょうか? 図 4 は, これ以上変化しないパターンの例, 図 5 は千葉大学先進科学プログラム 2 年生の嶋田君がみつめてくれた面白い変化を示すパターンの例です.

コンウェイのライフゲームとは違った規則として, 物理学科の M 君は「あるマス目に隣接する上下左右 4 マスのうち 3 マス以上に生物がいればこのマス目に生物が誕生し, 1 マス以下にしか生物がい

なければこのマス目に生物がいなくなる」という規則を考え、「イジング規則」と名付けました。いろいろなパターンから出発して、この規則を適用するとパターンがどのように変化していくか調べてみると良いでしょう。

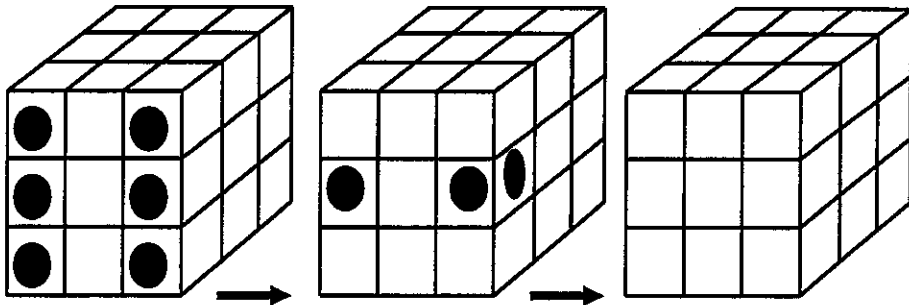


図 3: サイコロライフで、ひとつの面だけに6の目がある状態から出発した場合の変化。

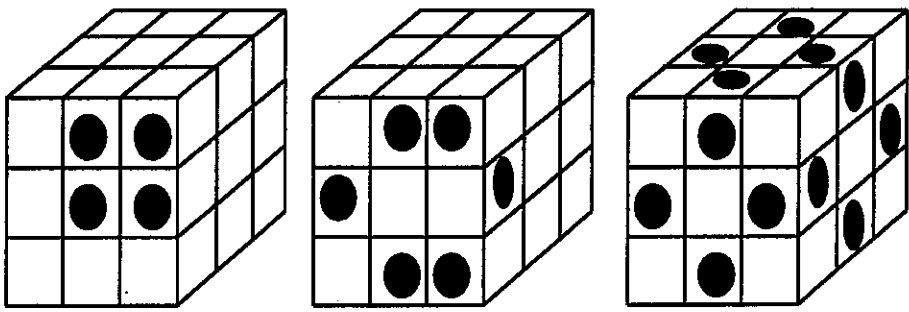


図 4: これ以上変化しないパターンの例。見えていない面には生物はいないものとする。

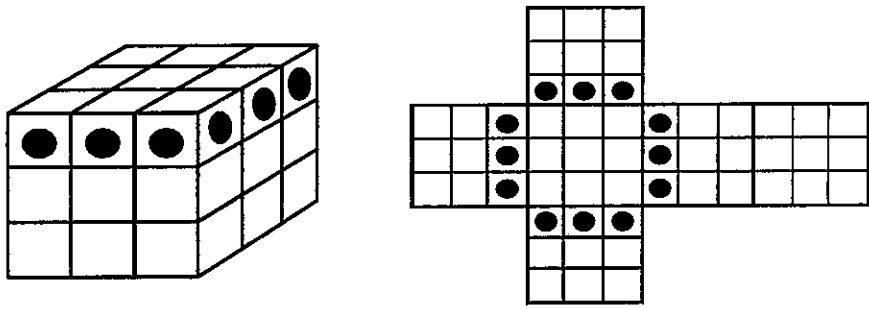


図 5: 面白い変化を示すパターンと、その展開図。

講評

参加者には難しい課題であったようです。有限個性質や規則を扱うことの方が、微分や積分を考えるよりも実は難しい場面がよくあります。結局、数え上げたり、例を作ったりすることが解決につながります。

参考文献

ウィリアム・パウンドストーン (有澤誠訳), ライフゲームの宇宙, 日本評論社, 1990.

4 課題4

課題

瓶の中に液体があります。用意してあるいろいろな道具や機具を利用して、この液体の性質を調べ、この液体がなんであるか考えてください。調べた性質からこの液体に、液体の性質を表すような名前をつけてください。

解説

物の性質を身の回りにある道具などで調べることに、発見した物や事柄に名前を付ける洞察力（どちらかといえば、国語的な能力）を意図して作成しました。

用意した液体は「磁性流体」です。用意した磁石に吸着し、液体であることから磁性を持つ流体であることはすぐ分かります。磁性流体はその名前の通り、流れる、つまり、形を自由に変えることができ、しかも磁石に吸着する物質です。このことを利用して、例えば、隙間を埋めるシールドに利用されています。

さて、この液体に名前を付ける場合「磁性」と「流体」とをどのように組み合わせるかが問題となります。言語学の中でも熟語の構成法、構造は未解決の問題です。日本語と同様、熟語の造語機能が豊富なドイツ語に対しても熟語の構成法、構造は未解決の問題です。しかし、このコンテストに参加した諸君が、科学の道に進むことを希望しているのであれば、将来、自分の発見したり発明したりしたものの事柄に名前をつける必要がでてくるかもしれません。名前の付け方で、広く受け入れられたり、あるいは逆にあまり注目されなかったりすることがあります。

参考になるいくつかの例と参考書を上げておきます。

1. ラテン語、ギリシャ語起源の名詞、語幹に、-on を付けると物質としての意味合いがでる。
photon=phot+on:光子(ギリシャ語の光 phot),
soliton=solit(arius)+on:孤立波(ラテン語 solitarius の語幹 solit)
2. ギリシャ語にもどって意味を考える。
Dynamics= $\delta\nu\nu\alpha\mu$
alpha, 私はできる
Enciclopedia=enkylios paideia, あらゆる学芸を集大成した教育
3. 英語の中では、同じ語源の単語を並べる。できれば、ラテン語、ギリシャ語に戻って組合せを考える。英語にはフランス語起源と、ドイツ語起源の単語がある。

参考文献

1. デイドロ, ダランベール編, 百科全書-序論および代表項目, 岩波文庫, 1971.
2. 杉田玄白, 蘭學事始, 岩波文庫, 1959.
3. ヨハン・ベックマン, 西洋事物起源 1-4, 岩波書店, 1999-2000.
4. 三好助三郎, 信度区當比較文法, 郁文社, 1977
5. レオ・レオーニ, 平行植物, 工作社, 1980.
6. ハラルト シュテンプケ, 鼻歩類-新しく発見された哺乳類の構造と生活, 1987

講評

すぐに、流体の磁性には気づいていたようです。そして、それ以上の性質を参加者は調べようとしていました。洗剤を入れると、泥水のようにになりました。磁性流体は、小さな磁性体(マグネタイト等)に界面活性剤を付け、それを媒体のなかに混ぜて作られます。用意した磁性流体の媒体はオイル系のため、洗剤によって、オイルが分散したためだと思われます。解説で述べたように、「調べた性質をどのようにまとめて第三者に説明するか。」という国語的な能力を評価の対象としました。