

第 11 回数理科学コンクール課題

1. 4 つの課題を用意しました。いくつかの課題に解答してもかまいません。また、1 つの課題にいくつ解答してもかまいません。例えば、実験をして見つけた解答と、実験をせずに考えた解答との 2 つの解答を提出してもかまいません。むしろ 2 種類以上の解答を歓迎します。その場合にはどうして答えが 2 つ以上になったかも説明してください。
2. グループで参加した諸君は、1 つの課題に 1 つの解答でも、また、複数の解答でもかまいません。たとえば、協力して解答を考えたけれども、途中から別々の結論を思いついた場合には、それぞれの参加者が別々に解答してもかまいません。その場合、1 つの解答を一緒に提出する参加者の名前を、解答用紙に記入してください。たとえば、A さん、B さん、C さん 3 人のグループで、A さんと B さんが 1 つの解答を、C さんが 1 人で、別の解答を用意した場合には、A さん、B さんが用意した解答用紙には、グループ番号、A さん B さん 2 人の名前と参加番号を、もう 1 つの C さんの解答用紙にはグループ番号、C さんだけの名前と参加者番号を記入してください。
3. 用意した解答用紙を何枚使用してもかまいません。ただし、異なる番号の課題は同じ解答用紙に記入しないでください。また、1 つの課題に 1 つ以上の解答用紙を使った場合は解答用紙の記入欄に課題ごとの通し番号と総枚数を入れてください。1 つの課題に 2 つ以上の解答を提出する場合も同様に解答用紙の記入欄に課題ごとの通し番号と総枚数を入れてください。
4. 課題に関する質問は監督者に質問してください。どんな質問でもどしどし質問してください。
5. 5 階の H-52 講義室と 5 階のフロアーには解答を考えるための実験用の道具、教材、機器が用意してあります。何を使っても構いません。工具の利用法は監督者に相談してください。

課題 1

伝導性のある（電気を通す）ガラス板（普通のガラスに酸化スズをコーティングしてあります）2枚とある種の塗料とある種の色素を含む水溶液（果汁など）を用いると簡単に太陽電池を作ることができます。

作製手順は以下の通りです（詳細は別途配布します）。

- 伝導性のあるガラス板を2枚用意する。
- 一枚の電気を通す側一面に鉛筆（黒鉛）を塗る。
- もう一枚のガラスの電気を通す側にある種の塗料を塗る。
- 塗料を高温で硬く乾かす。
- 塗料を塗ったガラスをある種の色素を含んだ水溶液（果汁など）に浸す。
- 塗料に色素が十分染み込ませた後に乾燥させる。
- 2枚の電気を通す側を内側にして合わせ、クリップで留める。
- ガラスの隙間に電解質（ヨード溶液）を垂らす。
- ガラスを光に当てた状態で2枚のガラスの間の電位差を測定する。

さて、

1. どのような塗料、どのような色素を用いるともっとも太陽電池として性能がよいものができるでしょうか。
2. 太陽電池を製作する場合に塗料にどのような条件が必要でしょうか。
3. ガラスの塗料を塗った部分の面積を増減させるとどうなるでしょうか。

について、実験しながら考察してください。実験については解答開始後、詳細を説明します。実験では指導教員、大学院生、大学生の指示に従ってください。

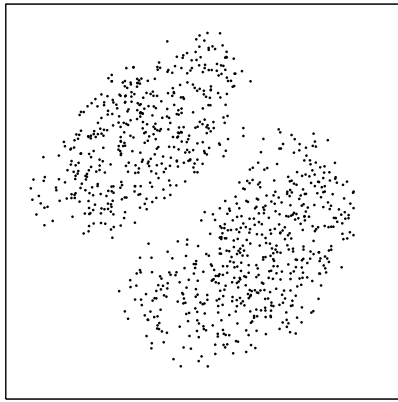
課題 2

最近はあまりお目にかかれませんが、舗装していない土がむき出しの道路は月のクレーターのように凸凹ができたり、路面が波打つようにうねったりすることがあります。この凸凹は交通量が多い場合にできやすいと言われています。なぜ、車などが通ると凸凹ができるのかその理由を物理的に考証してください。ただし、簡単のために、道路は均一な土でできていて、通る車は1種類とします。

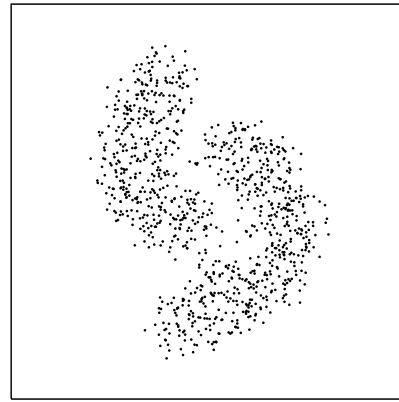
課題3

長い導線のどこかが断線しています。つまり、電気を通さなくなっています。断線している場所を効率よく探す方法を考えてください。

1. 導線を切ってもいい場合、どうすれば効率が良いでしょうか。たとえば、切る回数をなるべく少なくするにはどうすればよいでしょうか。
2. 導線を切ってはいけない場合はどうでしょうか。



(a)



(b)

図 1: 平面上に分布した点の集合

課題 4

図 1 に示すような、平面の上に分布した点の集合を見てください。どちらの点の集合もなんとなく、2 つの部分に分かれそうです。それでは、

1. なぜ分かれたように感じるのでしょうか。
2. もし分かれるのであれば、その境界をどのように決めることができるでしょうか。
3. この例は、2 次元平面に分布する点の集合を考えています。1, 2 で考えた方法は 3 次元の空間に浮かんだ点の集合の性質を考えることにも拡張できるでしょうか。もしそうなら、2 次元でも 3 次元でも通用する

「点の集合が分割可能であるかを判定し、分割可能な場合は分割を実現する方法」

を考えてください。