

# 第17回数理科学コンクール課題

1. 課題の部は4つの課題を用意しました。いくつかの課題に解答してもかまいません。また、1つの課題にいくつ解答してもかまいません。例えば、実験をして見つけた解答と、実験をせずに考えた解答との2つの解答を提出してもかまいません。むしろ2種類以上の解答を歓迎します。その場合にはどうして答えが2つ以上になったかも説明してください。
2. グループで参加した諸君は、1つの課題に1つの解答でも、また、複数の解答でもかまいません。たとえば、協力して解答を考えたいけれども、途中から別々の結論を思いついた場合には、それぞれの参加者が別々に解答してもかまいません。その場合、1つの解答を一緒に提出する参加者の名前を、解答用紙に記入してください。たとえば、Aさん、Bさん、Cさん3人のグループで、AさんとBさんが1つの解答を、Cさんが1人で、別の解答を用意した場合には、Aさん、Bさんが用意した解答用紙には、グループ番号、AさんBさん2人の名前と参加番号を、もう1つのCさんの解答用紙にはグループ番号、Cさんだけの名前と参加者番号を記入してください。
3. 用意した解答用紙を何枚使用してもかまいません。ただし、異なる番号の課題は同じ解答用紙に記入しないでください。また、1つの課題に1つ以上の解答用紙を使った場合は解答用紙の記入欄に課題ごとの通し番号と総枚数を入れてください。1つの課題に2つ以上の解答を提出する場合も同様に解答用紙の記入欄に課題ごとの通し番号と総枚数を入れてください。
4. 課題に関する質問は監督者に質問してください。どんな質問でもどしどし質問してください。
5. 5階のH-52講義室と5階のフロアーには解答を考えるための実験用の道具、教材、機器が用意してあります。何を使っても構いません。工具の利用法は監督者に相談してください。
6. ロボットの部は、第1日目にロボットの動作に関するプログラムの講習を受けてください。第2日目(課題の部実施日)にプログラムを作成し、第2日目の午後3時以降に動作評価のためのコンテストを実施します。

# 課題の部

## 課題 1

現象や物事を感覚的ではなく科学にするためには、位置や質量、力などを数字として定義する必要があります。数学的にできなければ予測などもできません。以下の示す図はそれぞれ異なった条件で時間とともに成長する結晶の形です。

我々はそれぞれ異なる形として感じるがそれぞれの形の違いを一つの数字で表すにはどうすればよいでしょうか？例えば、枝の付き方がどうなっているという細かな構造ではなく、大局的な構造の違いを表現する方法を考えてください。

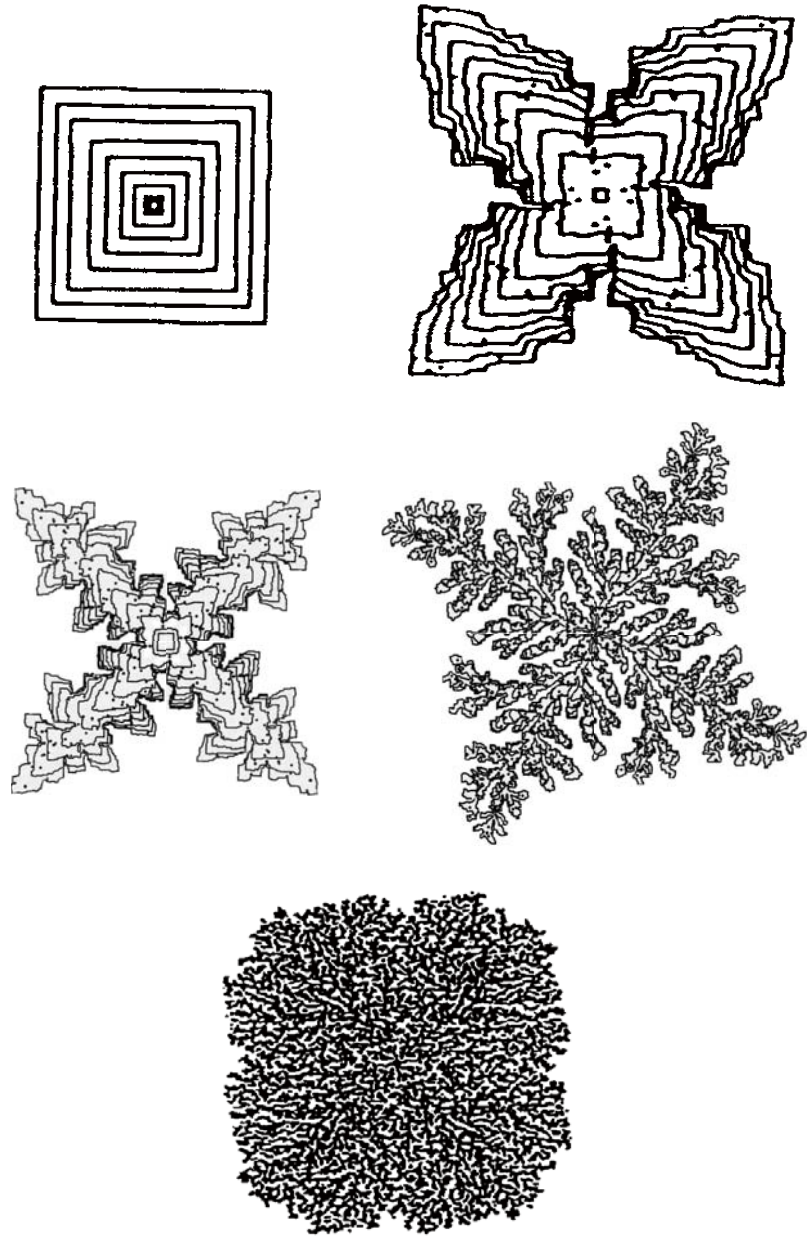


図 1: さまざまな結晶の成長形

## 課題 2

アメリカのスペースシャトル、チャレンジャー号は 1986 年 1 月 22 日にフロリダ州ケネディ宇宙センターから発射されるはずでした。しかし、修理や風が強かったため 3 回も打上延期となり、当初の予定から 6 日も遅れていました。NASA のチャレンジャー号による宇宙開発計画は 1981 年の 4 月に始まり、これまで 24 回の打ち上げに成功しています。シャトルの打ち上げはもはや恒例行事と化し、シャトル計画への国民の関心は薄れ、その「プロジェクトを通じて科学の技術進歩を加速する」という本来の目的は忘れかけられていました。しかし、この打ち上げは、レーガン大統領が「民間人を宇宙へ」と提唱し、高校教師のクリスタ・マコーリフが宇宙から授業を行うことになったため、再び注目を集めていました。

スペースシャトルは打ち上げ時、メインロケット以外に NASA の提携企業モートン・サイアコール社製の固形ロケット・ブースター (SRB) を 2 基装着し、時速 5700 キロまで加速される。SRB は成層圏に達した後は切り離されてパラシュートで海に落下する。値段は 2 基で 5000 万ドル。SRB は利便性から部品のまま鉄道で輸送され、宇宙センターで組み立てられます。それぞれの部品には、打ち上げ時の衝撃を吸収し、内部の高温のガスが外に漏れないように密封するため、2 本の樹脂製の O リング (O-ring, オーリング) が装着されています。

1 月 27 日、やっと翌 28 日の打上が決定されましたが、28 日の気温は氷点下になると予報されていました。SRB を開発したモートン・サイアコール社のエンジニアであるロジャー・ボジョレーには不安がよぎりました。というのは、1985 年 1 月の打ち上げ時、回収された SRB の O リングから、ガスの流出が確認されていたからです。予備の O リング (2 本のうちのひとつ) が機能したため大事には至っていませんでした。しかし、明日の気温は氷点下で、予備の O リングまでもが破損すれば大惨事を招く恐れがある。「絶対に打ち上げは避けるべきだ」と感じていました。

しかし、1985 年 10 月の打ち上げのときには、気温は高くてもガス流出は起きているし、スペースシャトルの打上中止基準に風速は含まれているが、気温は含まれていません。打ち上げ時の気温と SRB 破損の有無をまとめると以下の表 1 のようになります。

さて、この表のデータに基づいて打ち上げについてどのように判断すべきか科学的に考えてください。

ID	気温 [ ]	破損の有無
16	22	無
8	24	有
11	19	無
13	19	無
20	25	無
6	18	有
4	14	有
15	21	無
19	24	無
22	26	無
23	27	無
2	12	有
3	12	有
12	19	無
14	20	無
17	22	無
5	14	有
1	12	有
10	18	無
18	23	無
21	25	無
7	21	有
24	28	無
9	24	有

表 1: 打ち上げ時の気温と SRB 破損の有無

### 課題 3

船は鉄でできています。そのため船体は磁化しています。磁化した船は、機雷の誘発を招くため海軍では船の消磁が重要な問題となってきました。現在では、船にも多くの電子機器が艤装されています。そのため商船でも消磁は重要な問題となります。船の磁化を消去する方法を考えてください。

#### 課題 4

$a^2 + b^2 = c^2, (a < b)$  を満たす零ではない互いに素な正の整数の組をピタゴラス数という.  $(3, 4, 5), (5, 12, 13)$  が例です.

$m, n$  を整数とすると,  $a = m^2 - n^2, b = 2mn, c = m^2 + n^2$  によってピタゴラス数が生成されることが知られています.

1. ピタゴラス数は無数に存在します. そこで, ピタゴラス数の間に成立する関係を調べてください.

ヒント: 整数  $m, n$  から構成される有理数を  $t = \frac{n}{m}$  とする.

$$x = \frac{2t}{1+t^2}, \quad y = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

で決まる原点を中心とする単位円上の点を単位有理点と呼ぶことにします. 有理点の性質を利用できます.

2.  $(3, 7, 5), (7, 8, 13)$  は  $a^2 + bc + b^2 = c^2$  を満たす互いに素な自然数である.  $a^2 + ab + b^2 = c^2$  を満たす 3 つの整数の組の間に成り立つ関係を調べてください.

ヒント: 有理点の構造を考えてください.

3.  $a^2 - bc + b^2 = c^2$  を満たす 3 つの整数の組の間に成り立つ関係を調べてください.

4.  $a^2 + b^2 + c^2 = d^2$  を満たす 4 つの整数の組ではどのような性質が成り立つか考えてください.

ヒント: 平面上の点  $(X, Y)$  は原点を中心とする球面上の点と

$$x = \frac{2X}{1+X^2+Y^2}, \quad y = \frac{2Y}{1+X^2+Y^2}, \quad z = \frac{-1+X^2+Y^2}{1+X^2+Y^2}$$

なる変換によって 1 対 1 に対応します.



# ロボットの部

課題 KJunior が用意してあります。各自でロボットの動作課題を考え、その動作を実現下さい。どのような動作課題を考えたかレポートを作成して下さい。動作の独創性、面白さを評価します。動作実演は 7月 13 日の午後 3 時に始めます。それまでに、動作プログラムを完成させてください。