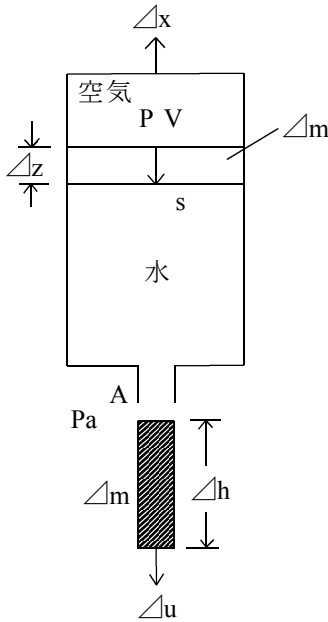


水ロケットの到達高度と到達速度の計算



ペットボトル内の空気の圧力 P 、体積 V 、水面の面積 s 、開口面積 A 、外気の圧力 P_a 、水の密度 w 、全体の質量 M とする。

ペットボトル内の空気が圧力 P で水面を押し、水面は Δz だけ移動した。重心系から見て、水が放出された後の水の速さ Δu 、ペットボトルの速さ Δx 、微小時間 Δt 、 Δt 間に押し出された水の質量 Δm とする。

$$P \times s \times \Delta z - P_a \times A \times \Delta h = \frac{1}{2} \Delta m \times \Delta u^2 \quad M \gg \Delta m \text{ より} \\ \Delta u \gg \Delta x \text{ を仮定}$$

$$A \times \Delta h = s \times \Delta z \quad \text{非圧縮性}$$

$$\Delta h = \frac{s}{A} \Delta z \quad \text{より}$$

$$\Delta u = \sqrt{\frac{2(P - P_a)}{w}} \quad \text{----- ① 放出水の速さの算出}$$

$$\Delta m = w \times A \times \Delta u \times \Delta t \quad \text{----- ② 放出水の質量}$$

$$\Delta x = \frac{\Delta m \times \Delta u}{M - \Delta m} \quad \text{----- ③ 速さの増加量}$$

$$x_{\text{新}} = x_{\text{旧}} + \Delta x - 9.8 \times \Delta t \quad \text{----- ④ 速さの積算}$$

$$y_{\text{新}} = y_{\text{旧}} + x \times \Delta t - \frac{1}{2} \times 9.8 \times \Delta t^2 \quad \text{----- ⑤ 高度変化の積算}$$

$$V_{\text{新}} = V_{\text{旧}} + A \times \Delta u \times \Delta t \quad \text{----- ⑥ 空気の体積の算出}$$

$$P \times V^\gamma = \text{一定値} \quad \gamma = 1.4 \text{ より}$$

$$P_{\text{新}} = \frac{\text{一定値}}{V_{\text{新}}^\gamma} \quad \text{----- ⑦ 空気圧の算出}$$

①～⑦を繰り返し計算することで到達高度と到達速度を求める。

Sub bbb()

dt = 0.00001 '微小時間幅
Pa = 1.013 * 100000 '大気圧
A = 3.14 * 0.01 ^ 2 '出口の断面積
V0 = 0.001 'ペットボトルの体積 1 リットル
e = 0.05 'ペットボトルの質量
w = 1000 '水の密度
P0 = 5 * 1.013 * 100000 '内圧の初期値 5 気圧
k = 2 '

For b = 5 To 80 Step 3 '入れる水の割合 (%)

y = 0 'ロケットの高度の初期値
x = 0 'ロケットの速度の初期値
V = V0 - V0 * b / 100 '空気の体積の初期値
P = P0 '内圧の初期設定
M = w * V0 * b / 100 + e '全質量
d = P0 * V ^ 1.4 '

t1:

du = Sqr(2 * (P - Pa) / w) '①放出水の速さの算出
dm = w * A * du * dt '②放出水の質量
M = M - dm ' ロケットの質量
dx = dm * du / M '③ロケットの速さの増加量
x = x + dx - 9.8 * dt '④速さの積算
y = y + x * dt - 0.5 * 9.8 * dt ^ 2 '⑤高度変化の積算
V = V + A * du * dt '⑥空気の体積の算出
P = d / V ^ 1.4 '⑦空気圧の算出

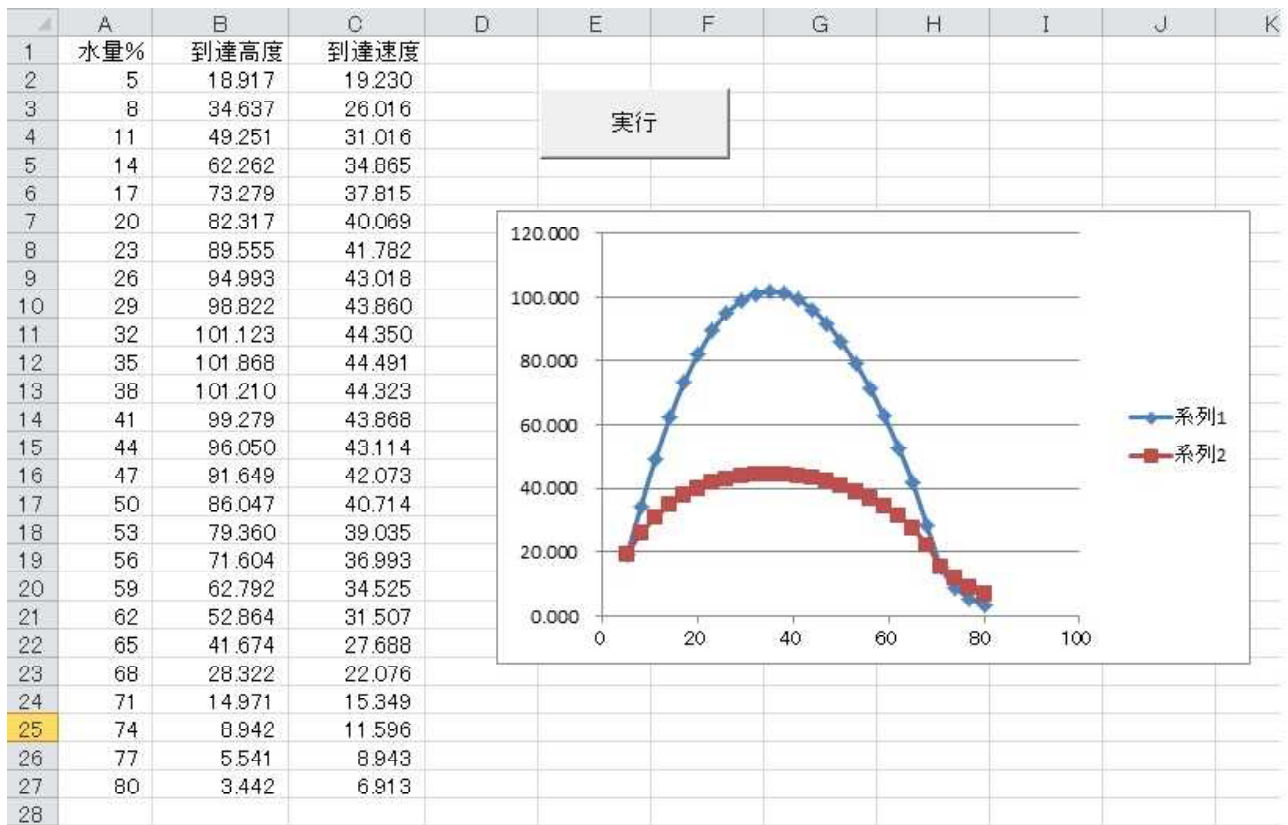
If P < Pa Then GoTo t2 '終了判定
If V < V0 Then GoTo t1 '終了判定

t2:

y = y + x ^ 2 / 2 / 9.8 '水が無くなってからの投げ上げ
Cells(k, 1) = b '入れる水の割合 (%)
Cells(k, 2) = y 'ロケットの到達高度
Cells(k, 3) = x 'ロケットの到達速度
k = k + 1 '

Next b

End Sub



得られた結果（上図）は少し高めのである。

到達高度が最大になる水の割合は約35パーセントという結果になった。

実際の水ロケットでは、全ての水が放出された後に空気が勢いよく吐き出される。この空気の吐き出しによる効果についても検討する必要がある。

穴の開いた容器に高压の気体を入れ穴から吐き出すだけでは容器内の圧力をどんなに高めても音速を超えることはないという。ノズルの形に低速の気体を超音速に加速するための秘密があるらしい。