

自説を作る 1 (ペットボトルによる音の発生)

ペットボトルによる音の発生を次のように考えた。まず、ボトル内に入った空気は口付近に溜まる。この溜まった空気はある圧力に達すると一気にボトルの外へ出る。このとき、溜まった空気は急に自由となり、出過ぎてしまうことでボトル内の圧力は下がり過ぎてしまう。そして、この圧力が下がったボトル内に口から空気が入って溜まるが、今度は入り過ぎてしまう。この溜まった空気はある圧力に達すると一気にボトルの外へ出る。この繰り返しにより、空気は周期的に出入りを繰り返す。ボトル内に定常波が生じて音が発生しているのではなく、吹き込まれた息によってボトルの口付近の空気塊がその下の空気をバネのようにして動き、全体の空気が振動することで、ボトルの開口から出る空気に疎密ができ、音が発生していると考えた。この仮説を、バネを用いてモデル化すると、図1のようになる。

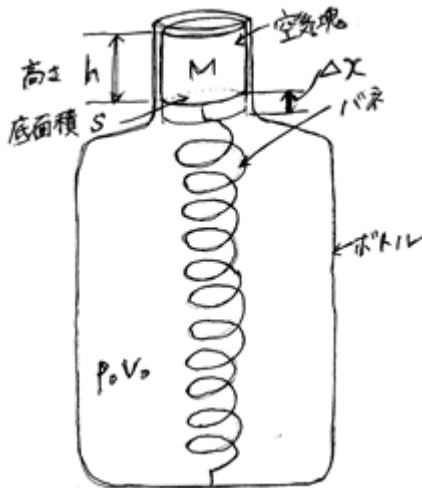


図 1

空気塊の質量を $M\text{kg}$ 、密度を $\rho\text{ kg/m}^3$ 、その底面積を $S\text{m}^2$ 、高さを $h\text{m}$ とし、バネにあたる下部の空気の圧力を P_0 、体積を V_0 とする。ここで、気体の状態方程式より、 $P_0V_0=C$ とおく。

空気塊が Δx だけ上に動いたとすると、バネ（下部の空気）の復元力 F は

$$\begin{aligned} F &= \Delta P \cdot S = \left(\frac{C}{V_0 + S \Delta x} - \frac{C}{V_0} \right) \cdot S \\ &= \frac{CSV_0 - CSV_0 - CS^2 \Delta x}{V_0(V_0 + S \Delta x)} \\ &= -\frac{CS^2 \Delta x}{V_0^2} \left(1 + \frac{S \Delta x}{V_0} \right)^{-1} \end{aligned}$$

テイラー展開を使って近似すると、

$$\doteq -\frac{CS^2\Delta x}{Vo^2}\left(1-\frac{S\Delta x}{Vo}\right)$$

Δx の 2 次の項を無視すると、

$$\doteq -\frac{CS^2}{Vo^2}\cdot\Delta x$$

すると、 $PoVo=C$ より、

$$F=-\frac{PoS^2}{Vo}\cdot\Delta x$$

という式が成り立つ。

ここで、バネの周期の式（単振動の周期の式） $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ の m に空気塊の質量 M 、

k に先程の復元力の式（ $F=-kx$ ）の k を代入すると、

$$T=2\pi\sqrt{\frac{M}{PoS^2}}=2\pi\sqrt{\frac{\rho Voh}{PoS}}$$

振動数の式 $f=\frac{1}{T}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ より、

$$f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{PoS}{\rho Voh}}\dots\dots\dots (A)$$

$$Po=1013\times 10^2\text{ (N/m}^2\text{)}, S=3.14\times(1\times 10^{-2})^2\text{ (m}^2\text{)}, \rho=\frac{28.8\times 10^{-3}}{22.4\times 10^{-3}}\text{ (kg/m}^3\text{)},$$

$$Vo=3.14\times(3\times 10^{-2})^2\times 15\times 10^{-2}\text{ (m}^3\text{)}, h=4\times 10^{-2}\text{ (m)}\text{ より、}$$

$$f=192\text{Hz}$$

となる。

得られた式の正否は条件を様々に変えて実験をしてみればわかるであろう。ここではボイルの法則を使ったがポアソンの関係式を使った方が良いでしょう。たとえ間違った考えになってしまったとしても恥じることもないし非難されるべきことでもない。問題点を改めた新しい説を作り出せばよいだけのこと、どなたか更に進んだモデルを考えてみませんか。